بسمه تعالی

دانشگاه شهید چمران اهواز

دانشکده مهندسی

درسنامه فیزیک الکترونیک

تهیه، تنظیم و بازنگری:

دکتر عبدالنبی کوثریان

عضو هیأت علمی گروه برق

نیمسال اول ۹۵-۱۳۹۴

شصتمین سالگرد تأسیس دانشگاه شهید چمران اهواز گرامی باد.

فهرست مطالب

فصل اول خواص کریستالی و رشد نیمه هادی‌ها ۲

صفحات و جهت ها در شبکه..... ۶

روش‌های رشد کریستال..... ۱۰

فصل دوم رفتار الکترون و اتم..... ۱۵

مکانیک کوانتمی..... ۱۸

معادله موج شرودینگر..... ۲۰

تونل‌زنی..... ۲۶

ساختمان اتمی و جدول تناوبی..... ۲۷

فصل سوم نوار انرژی و حامل‌های بار در نیمه‌هادی‌ها..... ۳۰

نیروهای پیوندی در اجسام..... ۳۰

نوار انرژی..... ۳۳

نیمه‌هادی‌های مستقیم وغیرمستقیم..... ۳۷

حامل‌های بار در نیمه‌هادی..... ۴۰

رانش حامل‌ها در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی..... ۵۱

اثر هال..... ۵۷

فصل چهارم حامل‌های اضافی در نیمه‌هادی..... ۶۱

جذب نوری..... ۶۲

طول عمر حامل‌ها و هدایت نوری..... ۶۶

بازترکیب مستقیم الکترون و حفره..... ۶۶

بازترکیب غیرمستقیم..... ۶۹

تولید حامل‌خا در حالت دائمی- تراز شبه فرمی..... ۷۲

دیفیوژن حامل‌ها ۷۵
دیفیوژن و دریفت حامل‌ها–چگالی جریان ۷۹
معادله پیوستگی ۸۱
آزمایش هاینز–شاکلی ۸۷

فصل پنجم پیوند p-n ۹۲
پیوند p-n در حالت تعادل ۹۲
ناحیه بار فضا در اطراف پیوند ۹۹
پیوند بایاس مستقیم و معکوس در حالت دائمی ۱۰۳
محاسبه جریان در یک پیوند p-n ۱۰۵
نوار انرژی پیوند p-n ۱۰۷
پیوند p-n در بایاس معکوس ۱۱۲
شکست در بایاس معکوس ۱۱۵
بررسی حالت گذرای پیوند p-n ۱۲۰
بایاس معکوس در حالت گذرا ۱۲۲
خازن پیوند p-n ۱۲۵
پیوند فلز–نیمه‌هادی ۱۲۹
اتصال اهمی ۱۳۴
اثر شاتکی ۱۳۶
فراپیوندها ۱۳۷

فصل ششم ترانزیستور BJT ۱۴۱
مؤلفه‌های جریان ترانزیستور ۱۴۲
معادلات ترانزیستور ۱۴۳
محاسبه جریان ترمینال‌ها ۱۴۵

بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه شهید چمران اهواز

دانشکده مهندسی

درسنامه فیزیک الکترونیک

تهیه و تنظیم:

دکتر عبدالنبی کوثریان

اعضو هیأت علمی گروه برق

۱۳۸۷-۸۸

فصل اول

خواص کریستالی و رشد نیمه‌هادی‌ها

هدف از مطالعه ادوات الکترونیکی حالت جامد، بررسی رفتار الکتریکی جسم می‌باشد.

حرکت حامل‌ها بستگی دارد به:

- خواص الکترون
- آرایش اتمی جسم

تعریف نیمه‌هادی:

- هدایت الکتریکی بین فلز و عایق
- کنترل پذیری و قابلیت تغییر خواص الکتریکی از قبیل هدایت الکتریکی با
  - تغییر درجه حرارت
  - تحریک نوری
  - میزان ناخالصی

⇐ امکان طراحی و ساخت ادوات مفید و متنوع نیمه‌هادی

انواع نیمه‌هادی:

- نیمه‌هادی ساده- تک عنصری (elemental): عناصر ستون ۴ جدول تناوبی: Si و Ge
- نیمه‌هادی مرکب (compound): ترکیب III و V یا II و VI

خواص و کاربردها

- Ge: ترانزیستور و دیود
- Si: ترانزیستور، دیود و IC
- نیمه‌هادی‌های مرکب:
  - ادوات سریع
  - ادوات نوری: جذب یا انتشار

کاربردهای خاص نیمه‌هادی‌های گوناگون:

- GaAs و GaP: در ساخت LED
- GaAsP و InGaAsP: ایجاد انعطاف در ساخت ادوات نیمه‌هادی
- ZnS: فلورسنت و صفحه تلویزیون

- InSb، CdSe، PbTe و HgCdTe: آشکارسازهای نوری
- Si و Ge: آشکارسازهای مادون قرمز و تشعشعات هسته ای
- GaAs و InP: عناصر مایکروویو
- GaAs و AlGaAs: لیزرهای نیمه‌هادی

داشتن یک نوار ممنوع (گاف انرژی[1])، ویژگی اختصاصی نیمه‌هادی است و وجه تمایز نیمه‌هادی از فلز و عایق می‌باشد.

نوار ممنوع نقش مستقیم در طول موج نور جذب شده یا انتشار یافته توسط نیمه‌هادی دارد:

$$\begin{cases} \lambda = \dfrac{hc}{E_g} = \dfrac{1.24}{E_g} \quad (\mu m) \\ GaAs : E_g = 1.43eV \Rightarrow \lambda = 0.87\mu m \quad (near\ infrared) \\ GaP : E_g = 2.3eV \Rightarrow \lambda = 0.54\mu m \quad (\text{نورسبز}) \end{cases}$$

ناخالصی impurity نقش اساسی در رفتار نیمه‌هادی بازی می‌کند:

- قابلیت افزودن ناخالصی به مقدار دقیق و کنترل شده (doping)
- تغییر هدایت الکتریکی به میزان زیاد

ساختمان اتمی نیمه‌هادی: برای درک عملکرد نیمه‌هادیها آشنایی با آرایش اتمی آنها ضروری است. به طور کلی یک نیمه‌هادی دارای یکی از این سه نوع آرایش اتمی متمایز می‌باشد:

- کریستال (بلور)- متناوب
- آمورف- غیر متناوب، نامنظم
- پلی کریستال- به صورت منطقه‌ای متناوب

شبکه (lattice): آرایش تناوبی اتمها در یک کریستال را شبکه کریستالی گویند. هر جسم جامد دارای شبکه کریستالی خاص خود می‌باشد که رفتار فیزیکی و الکتریکی آن را کنترل می‌کند. بنابراین برای درک رفتار جسم باید شبکه کریستالی آن شناخته شود. تعاریف زیر به درک مفهوم شبکه بلوری کمک می‌کند.

سلول واحد (unit cell): نماینده تمام شبکه بوده و به طور منظم در تمام کریستال تکرار می‌شود.

بردارهای مبنا (basis vectors): $\hat{a}$، $\hat{b}$ و $\hat{c}$ بردارهایی هستند که اگر سلول واحد با مضارب صحیحی از این بردارها انتقال یابند، سلول واحد جدیدی مثل سلول اولیه بدست می‌آید.

[1] Forbidden band (energy gap)

اگر بردار بین دو نقطه برابر $r = p\hat{a} + q\hat{b} + s\hat{c}$ باشد، که در آن p، q و s اعداد صحیح می‌باشند، آن دو نقطه نامتمایز می‌باشند.

سلول اولیه (primitive cell): کوچکترین سلول واحد که از تکرار آن شبکه حاصل می‌شود. سلول واحدی است که در آن اتمهای میزبان فقط در هشت گوشه قرار دارند.

از روی ساختار شبکه می‌توان فاصله بین اتمهای مجاور، پارامترهای فیزیکی جسم مانند درصد حجمی که توسط اتمها اشغال شده است و چگالی آن را بدست آورد. مهمتر اینکه:

ویژگی‌های شبکه کریستالی، انرژی‌های مجاز الکترون‌هایی که در هدایت شرکت می‌کنند را نیز تعیین می‌کند.

⇐ **شبکه خواص مکانیکی و خواص الکتریکی جسم را مشخص می‌کند.**

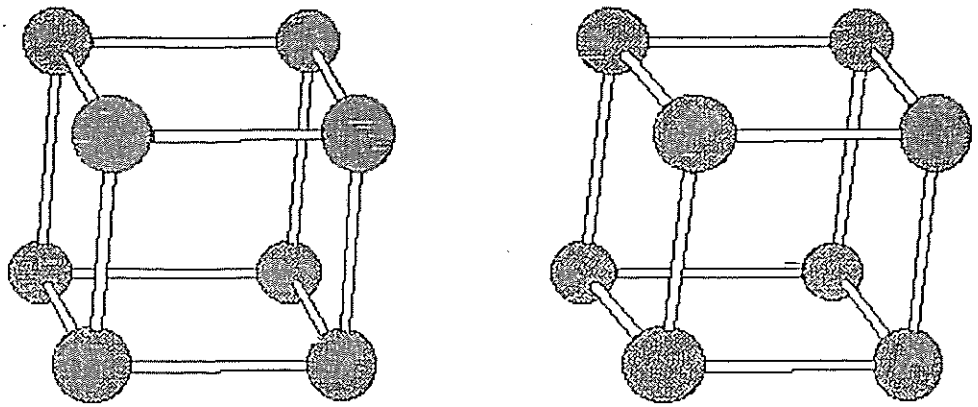
شبکه‌های مکعبی:

ساده‌ترین شبکه‌های بلوری شبکه‌های مکعبی می‌باشند که در سه نوع دسته‌بندی می‌شوند.

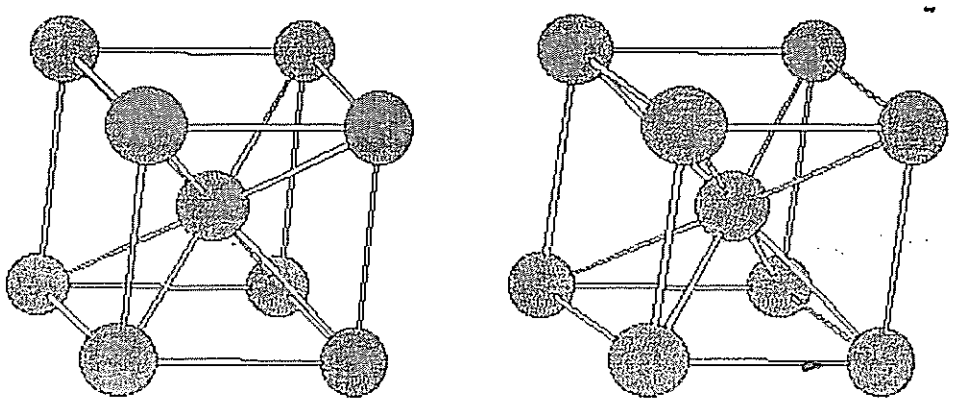
- مکعب ساده simple cubic (sc)
- مکعب با یک اتم در مرکز مکعب body centered cubic (bcc)
- شبکه مکعبی با یک اتم در مرکز هر وجه face centered cubic (fcc)

اندازه ضلع مکعب شبکه را ثابت شبکه a می‌گویند.

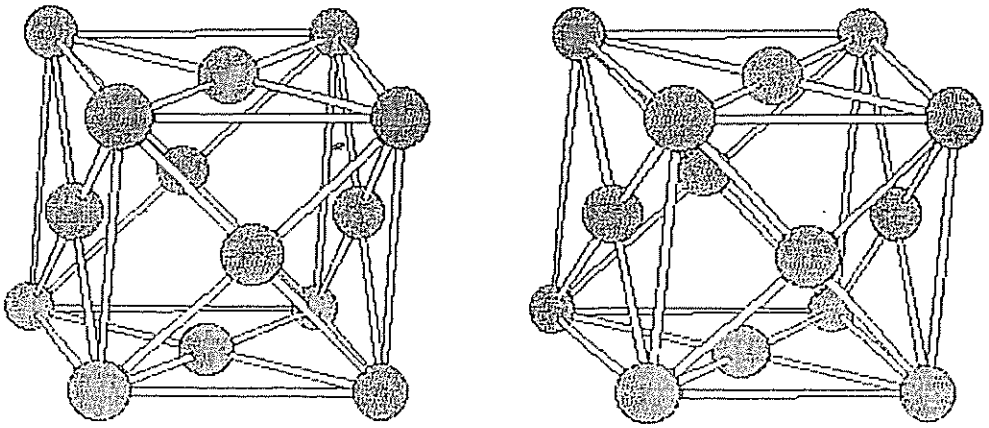
مثال عددی. کسری از سلول واحد یک شبکه fcc که توسط اتم‌ها اشغال شده است را محاسبه کنید. هر اتم به صورت یک کره سخت در نظر گرفته شود.



شبکه sc



شبکه bcc



شبکه fcc

صفحات و جهت‌ها در شبکه

هر جهت با ۳ عدد صحیح نمایش داده می‌شود. ابتدا مختصات هر نقطه را بر حسب بردارهای واحد به دست می‌آوریم و سپس سه عدد حاصل را به کوچکترین اعداد صحیح با نسبت‌های یکسان تبدیل می‌کنیم. سه تایی صحیح حاصل را h، k و l نامگذاری کرده و جهت مورد نظر را جهت $[hkl]$ می‌نامیم.

هر صفحه با ۳ عدد صحیح نمایش داده می‌شود که از تلاقی آن صفحه با محورهای کریستال به ترتیب زیر بدست می‌آید:

۱- نقاط تلاقی صفحه با محورهای شبکه را بدست می‌آوریم و این نقاط را به صورت مضارب صحیحی از بردارهای واحد بیان می‌کنیم. در صورت لزوم صفحه را به موازات خود جا به جا می‌کنیم.

۲- اعداد صحیح به دست آمده را معکوس کرده و سه تایی مرتب حاصل را به کوچکترین سه تایی صحیح h و k و l تبدیل می‌کنیم به طوری که نسبت اعداد ثابت بماند. این اعداد را شاخص‌های (ضرایب) میلر (Miller indices) یا شاخص‌های بلوری می‌نامند.

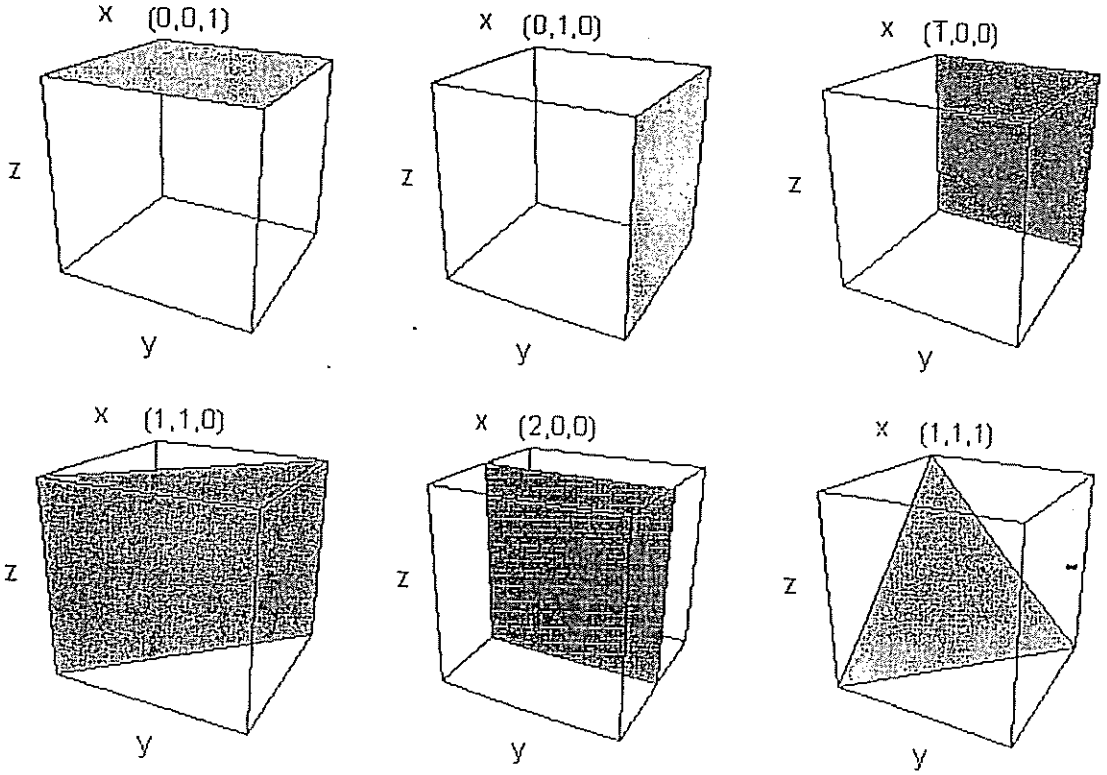
۳- صفحه مورد نظر را صفحه (hkl) می‌نامیم. چنانچه صفحه یک یا چند محور را در مقادیر منفی محورها قطع کند، شاخص میلر متناظر منفی خواهد بود و در این صورت آن شاخص را با یک علامت بار (-) مشخص می‌کنیم. مثلاً $(h\bar{k}l)$ نشان می‌دهد که صفحه، محور y را در یک مقدار منفی قطع کرده است.

اگر دسته‌ای از صفحات در یک شبکه با هم معادل باشند آن دسته صفحات معادل را به صورت $\{hkl\}$ نمایش می‌دهیم.

اگر دسته‌ای از جهت‌ها در یک شبکه با هم معادل باشند آن دسته جهت‌های معادل را به صورت $\langle hkl \rangle$ نمایش می‌دهیم.

در شبکه‌های مکعبی می‌توان دید جهت $[hkl]$ بر صفحه (hkl) عمود است.

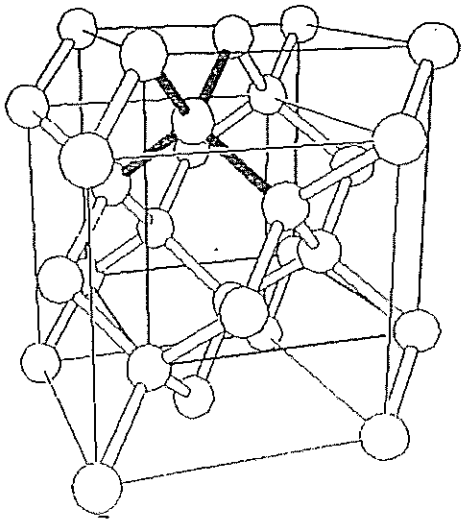
در شکل زیر چند صفحه مهم در شبکه مکعبی نشان داده شده است.

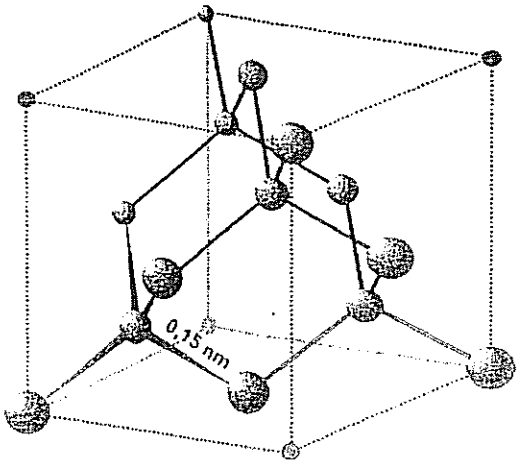

x (0,0,1)
z
y
x (0,1,0)
z
y
x (T,0,0)
z
y
x (1,1,0)
z
y
x (2,0,0)
z
y
x (1,1,1)
z
y

شبکه الماس The diamond lattice

بسیاری از نیمه‌هادی‌های مهم دارای شبکه الماس می‌باشند مثل سیلیکن(Si) و ژرمانیم(Ge).

- شبکه الماس دارای یک ساختمان fcc است که نسبت به هر کدام از اتمهای fcc یک اتم در فاصله $\frac{a}{4}+\frac{b}{4}+\frac{c}{4}$ قرار دارد.
- فقط ۴ اتم اضافی در داخل هر سلول خواهیم داشت.
- به طور ضمنی می‌توان گفت که شبکه الماس متشکل از یک شبکه fcc اولیه و یک شبکه fcc اضافی است که در فاصله $\frac{a}{4}$ و $\frac{a}{4}$ و $\frac{a}{4}$ از آن قرار دارد. هر کدام از اینها را یک شبکه فرعی ، sublattice، می‌گویند.





شبکه الماس

شبکه سولفید روی (zincblende) شبیه شبکه الماس است لیکن اتمهای شبکه فرعی با اتم‌های شبکه دیگر تفاوت دارد.

مثال: مطلوب است محاسبه چگالی (گرم بر سانتیمتر مکعب) برای Si و GaAs.

حل: Si دارای شبکه الماس است که در هر سلول واحد آن ۸ اتم قرار دارد. در نتیجه در هر سانتیمتر مکعب داریم:

$Si: a = 5.43\times10^{-8} cm,\ 8\ atoms/cell$

تعداد اتم در سانتیمتر مکعب $= \frac{8}{a^3} = 5\times10^{22}\ atom/cm^3$

$$\text{چگالی} = \frac{5\times10^{22}(atom/cm^3)\times28.1(g/mol)}{6.02\times10^{23}(atom/mole)} = 2.33\ g/cm$$

GaAs دارای شبکه سولفید روی است.

$$GaAs:\ a = 5.65\times10^{-8}cm,\ 4\,\text{Ga},4\text{As}/cell$$

$$\text{تعداد مولکول در سانتیمتر مکعب} = \frac{4}{a^3} = 2.22\times10^{22}\ molecule/cm^3$$

$$\text{چگالی} = \frac{2.22\times10^{22}(atom/cm^3)\times(69.7+74.9)(g/mol)}{6.02\times10^{23}(molecule/mole)} = 5.33\ g/cm$$

نتایج فوق با مقادیر تجربی به خوبی سازگاری دارد.

نکته جالب اینکه در شبکه فرعی سولفید روی zincblende به جای مثلاً فقط Ga، می‌توان ترکیبی از Ga و Al قرار داد.

⇐ امکان ساخت نیمه‌هادی‌های مرکب:

- سه گانه (ternary compound) مثلاً با ترکیبهای متفاوتی از Ga و Al:

$Al_xGa_{1-x}As \qquad : x=0,\ldots,1$

- چهارگانه (quarternary compound): مانند

$Al_xGa_{1-x}As_yP_{1-y}$

یا $In_xGa_{1-x}As_yP_{1-y}$

روشهای رشد کریستال

۱. رشد توده‌ای کریستال Bulk crystal growth

از زمان اختراع ترانزیستور، روش‌های متنوعی برای رشد بلورهای نیمه‌هادی ابداع شده است. میزان ناخالصی مجاز برای یک بلور نیمه‌هادی با کیفیت الکترونیکی کمتر از یک در ده میلیارد است ($1:10^{10}$).

طرز تهیه بلور سیلیکن

ماده خام اولیه برای تهیه بلور سیلیکن، دی اکسید سیلیکن (SiO_2) است.

SiO_2 با کربن کک در کوره قوس الکتریکی (arc furnace) در درجه حرارت‌های بسیار بالا (~1800 °C) مطابق رابطه زیرترکیب شده و احیا می‌گردد (کاهش می‌یابد):

$$SiO_2+2C \rightarrow Si+2CO$$

Si حاصل از این واکنش دارای کیفیت متالورژیکی (MGS [1]) است. MGS دارای ناخالصی‌های Fe، Al و فلزات سنگین از مرتبه چند صد تا چند هزار در میلیون (ppm [2]) است. MGS باید پالایش شود تا به سیلیکن با کیفیت الکترونیکی (EGS [3]) تبدیل شود که در آن ناخالصی به میزان چند عدد در میلیارد (ppb [4]) کاهش می‌یابد. برای این کار MGS با اسید کلریدریک خشک ترکیب می‌شود تا تری کلروسایلان، $SiHCl_3$، تشکیل شود که دارای نقطه ذوب 32 °C است:

$$Si+3HCl \rightarrow SiHCl_3+H_2$$

همراه $SiHCl_3$ کلرید ناخالصی‌ها مانند FeCl3 نیز تشکیل می‌شود که نقطه ذوب آنها با نقطه ذوب $SiHCl_3$ تفاوت دارد. بنا بر این می‌توان با تقطیر جزء به جزء $SiHCl_3$ را جدا کرد. مخلوط $SiHCl_3$ و کلرید ناخالصی‌ها حرارت داده می‌شود و بخارهای حاصله در برجهای تقطیر متفاوت، که دارای درجه حرارت متفاوت هستند، چگالیده (condensed) می‌شوند.

پس از این مرحله می‌توان $SiHCl_3$ خالص را از ناخالصی‌ها جدا کرد.

اینک می‌توان $SiHCl_3$ را با واکنش با هیدروژن به EGS بسیار خالص تبدیل کرد:

$$2SiHcl3+2H2 \rightarrow 2Si+6HCl$$

---

[1] Metallurgical grade silicon
[2] Part per million
[3] Electronic grade silicon
[4] Part per billion

تولید شمش‌های کریستالی

سیلیکن حاصل از مراحل فوق دارای خلوص بسیار بالا است لیکن هنوز کریستالی نیست و به صورت پلی‌کریستال است.

در مرحله بعد باید آن را به شمش‌های کریستالی خالص تبدیل نمود.

این کار عمدتاً با روشی به نام تکنیک چوکرالسکی (Czochralski) انجام می‌شود. در این تکنیک برای رشد بلور، لزوماً از یک حبه کریستالی خالص (seed) استفاده می‌شود.

EGS را در یک بوته مناسب به روش مقاومتی تا درجه حرارت ذوب، 1412 °C، حرارت می‌دهیم. کریستال حبه به درون ماده مذاب وارد می‌شود و سپس به آهستگی، به طوری که کریستال فرصت رشد روی حبه بلوری را داشته باشد، بیرون کشیده می‌شود.

عموماً برای اینکه عمل انجماد به طور یکنواخت انجام شود، کریستال در حال رشد به آرامی چرخانده می‌شود تا ماده مذاب کمی هم زده شود و میانگین تغیرات درجه حرارت اعمال گردد.

از این تکنیک به طور گسترده برای رشد Si، Ge، و برخی نیمه‌هادی‌های مرکب استفاده می‌شود.

در مورد نیمه‌هادی‌های مرکبی مانند GaAs به هنگام خارج کردن کریستال از ماده مذاب، باید دقت کرد که عناصر فرار مانند As تبخیر نشوند. برای این کار از روش رشد چوکرالسکی با مایع کپسول شده (liquid-encapsulated Czochralski-LEC) استفاده می‌شود که در آن بر روی سطح CaAs مذاب، لایه‌ای از B_2O_3 شناور می‌گردد که در حالت مذاب، چگال و چسبنده است و مانع فرار عناصر فرار می‌گردد.

از جنبه کاربردی هرچه مساحت سطح مقطع شمش بیشتر باشد بهتر است زیرا می‌توان به طور همزمان تعداد بیشتری چیپ IC را روی یک تراشه ساخت.

علاوه بر روش چوکرالسکی، از روش افقی بریجمن Horizontal Bridgman Method نیز برای تولید کریستال توده‌ای استفاده می‌شود که در آن حبه کریستالی در جهت افقی از درون ماده مذاب بیرون کشیده می‌شود. این روش نسبت به روش چوکرالسکی دارای مزایای کمتری است.

ویفر

پس از ساخت شمش و در مرحله بعد، از آن ویفر (wafer) یا پولک تهیه می‌شود. برای این کار به روش‌های مکانیکی و با استفاده از اره یا مفتول‌های بسیار ظریف، شمش سیلیکن در جهت کریستالی دلخواه برش داده می‌شود. ضخامت هر ویفر 775 μm است. سطح ویفرها به روش شیمیایی با NaOH صیقل (polish) داده می‌شود تا دارای سطح آینه‌ای گردد. ویفرهای حاصل اینک برای ساخت مدارهای مجتمع آماده است.

ارزش افزوده اقتصادی در این فرآیند بسیار تکان دهنده است. ماده اولیه مورد نیاز شن و ماسه (SiO_2) است که دارای قیمت بسیار نازلی است. طی فرآیند فوق ویفرهای سیلیکنی خالص به دست می‌آید که چند صد دلار قیمت دارد. روی هر یک از این ویفرها می‌توان صدها میکروپروسسور ساخت که هر کدام، برای مثال، چندین صد دلار ارزش خواهد داشت.

تزریق

درون شبکه بلوری یک نیمه‌هادی به طور کلی امکان وجود دو نوع اتم‌های اضافی علاوه بر اتم‌های خالص نیمه‌هادی وجود دارد:

- ✓ اتم‌های ناخواسته که سبب خارج شدن شبکه کریستالی از حالت ایده‌ال می‌شوند و موجب می‌شوند مشخصات الکترونیکی و فیزیکی نیمه‌هادی تخریب شود. می‌توان این اتمهای ناخواسته را **تکاثف** (contamination) نام نهاد.
- ✓ اتم‌هایی که به طور عمدی به شبکه کریستالی نیمه‌هادی اضافه می‌شوند تا رفتار الکتریکی نیمه‌هادی قابل مدیریت گردد. این اتمهای افزودنی دلخواه را **ناخالصی** (impurity یا dopant) نام می‌نهیم. عمل افزودن ناخالصی به شبکه کریستالی را تزریق (doping) گویند.

۲. رشد رونشستی Epitaxial Growth

رشد رونشستی یکی از روش‌های بسیار مهم و متنوع رشد کریستال برای کاربردهای نیمه‌هادی است. در این روش ضرورتاً از یک ویفر کریستالی به عنوان زمینه یا بستر استفاده می‌شود. در اینجا لایه‌های نیمه‌هادی "روی" لایه زیرین زمینه قرار داده می‌شود و بدین خاطر این روش را روش رشد رونشستی یا رونشانی گویند. بستر می‌تواند

i- ماده‌ای از همان نوع نیمه‌هادی که قرار است به صورت رونشستی رسوب داده شود، باشد.

ii- ماده‌ای متفاوت با نوع نیمه‌هادی رونشستی، منتها با ساختار شبکه مشابه، باشد.

در این روش بستر به عنوان حبه کریستالی عمل می‌کند که بر روی آن نیمه‌هادی رسوب داده می‌شود و ساختار کریستالی بستر در لایه‌های رویی نیز حفظ می‌شود.

یکی از مزایای این روش این است که عمل رشد در درجه حرارت بسیار پایین‌تر از نقطه ذوب کریستال بستر انجام می‌شود.

به طوری که ملاحظه می‌شود در رشد رونشستی باید ساختار کریستالی بستر و ماده رونشستی مشابه باشند. به این موضوع **تطابق شبکه**، lattice matching، گویند که دارای اهمیت حیاتی است.

روش‌های رشد رونشستی به سه روش عمده تقسیم می‌شوند که هر کدام دارای مزایای خاصی است.

۱) رونشانی در فاز مایع Liquid phase epitaxy (LPE)

رشد کریستال از یک محلول مایع در درجه حرارت بسیار پایین‌تر از نقطه ذوب کریستال

GaAs نقطه ذوب $=1238^{o}C$

رشد کریستال GaAs روی حبه $\longrightarrow$ (seed) نقطه ذوب مخلوط Ga+GaAs $<<1238^{o}C$

۲) رونشانی در فاز بخار Vapor phase epitaxy (VPE)

خلوص بیشتر

کامل‌تر بودن شبکه کریستالی

لبه‌های تیز بین لایه‌ها

تکنیک VPE در محفظه‌ای که محفظه واکنش (reaction chamber) یا رآکتور (reactor) نامیده می‌شود، انجام می‌پذیرد.

این تکنیک برای ساخت Si، Ge، GaP و GaAsP به کار می‌رود.

۳) رونشانی با پرتو مولکولی Molecular beam epitaxy (MBE)

- تنوع زیاد
- درجه حرارت پایین
- به طور مثال برای AlGaAs پرتوهایی از Al، Ga و As و ناخالصی‌های مورد نظر به سمت صفحه زمینه هدایت می‌شوند.
- درجه حرارت زمینه برای GaAs برابر ^{o}C ۵۸۰ است.
- رونشانی در خلأ انجام می‌شود.

فصل دوم: رفتار الکترون و اتم

برای درک عملکرد مواد گوناگون شناخت ساختمان داخلی آنها ضروری است.
مکانیک کوانتمی بخوبی پدیده‌های اتمی را توصیف می‌کند.

مدل اتمی بور

بور بر اساس سیستم سیاره‌ای مدل اتمی هیدروژن را پایه ریزی کرد.
الکترون اتم هیدروژن می‌تواند به مدار بالاتر تحریک شده و سپس به یکی از مدارهای پایین تر سقوط کرده انرژی ساطع نماید.
برخی از دانشمندان از جمله بالمر مشاهده کرده بودند که طول موج امواج ساطع شده از هیدروژن به صورت مجزا بوده و از رابطه زیر تبعیت می‌کند:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 3,4,5,...$$

که در آن R یک ضریب ثابت به نام ضریب رایدبرگ (Rydberg) و برابر $109678\ cm^{-1}$ می‌باشد.
به همین ترتیب:

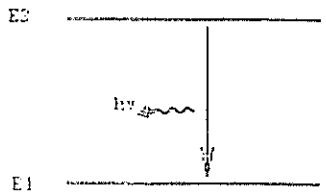
$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 2,3,4,... \qquad \text{طول موج‌های لیمن}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 3,4,5,... \qquad \text{طول موج‌های پاشن}$$

فرضهای اساسی بور

بور برای توصیف رفتار الکترون در اطراف هسته ۳ فرض اساسی ارائه داد که عبارتند از:

۱. الکترون در مدارهای (orbit) دایره‌ای پایدار حول هسته اتم قرار دارند. درنتیجه در حالت پایدار هیچ تشعشعی از خود ساطع نمی‌کنند.
۲. الکترون می‌تواند به مدار با انرژی بالاتر یا پایین‌تر منتقل شود که به ترتیب ⇐
   a. انرژی می‌گیرد با جذب فوتون $h\vartheta$
   b. انرژی از دست می‌دهد با انتشار فوتون $h\vartheta$



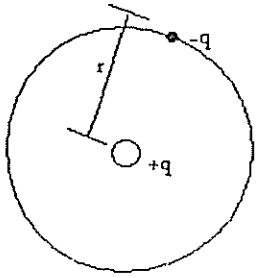
$$h\vartheta = E_2 - E_1$$

۳. اندازه حرکت (تکانه) زاویه‌ای (angular momentum) الکترون همواره مضرب صحیحی از $\hbar$ می‌باشد.

$$P_\theta = n\hbar \qquad n = 1,2,3,...$$

که در آن $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ ثابت پلانک کاهش‌یافته و $h = 6.63\times10^{-34}$ J - s ثابت پلانک است.

از مساوی قرار دادن نیروهای الکترواستاتیکی بین بارها و نیروی گریز از مرکز در اتم هیدروژن داریم:



$$\frac{-q^2}{Kr^2} = -\frac{mV^2}{r}, \quad K = 4\pi\varepsilon_o$$

با استفاده از فرض ۳ و چون n عدد صحیحی است داریم:

$$\begin{cases} P_\theta = mVr = n\hbar \\ r = r_n \end{cases}$$

$$\Rightarrow m^2V^2 = \frac{n^2\hbar^2}{r_n^2} \Rightarrow \frac{q^2}{Kr_n^2} = \frac{1}{mr_n}\frac{n^2\hbar^2}{r_n^2}$$

$$r_n = \frac{Kn^2\hbar^2}{mq^2}$$ شعاع اربیت n ام الکترون

برای یافتن انرژی کل الکترون در این اربیت داریم:

$$V = \frac{n\hbar}{mr_n} = \frac{n\hbar q^2}{Kn^2\hbar^2} = \frac{q^2}{Kn\hbar}$$ سرعت

بنابراین انرژی جنبشی الکترون برابر است با:

$$K.E. = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{mq^4}{2K^2n^2\hbar^2}$$

و انرژی پتانسیل حاصلضرب نیروهای الکترواستاتیکی در فاصله بین بارها می‌باشد:

$$P.E. = \frac{-q^2}{Kr_n} = \frac{-mq^4}{K^2n^2\hbar^2}$$

در نتیجه انرژی کل برابر است با:

$$E_n = K.E. + P.E. = \frac{-mq^4}{2K^2n^2\hbar^2}$$

تفاضل انرژی بین اربیت n_1 و n_2 برابر است با:

$$E_{n2} - E_{n1} = \frac{mq^4}{2K^2\hbar^2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

و فرکانس نور ناشی از این انتقال برابر است با:

$$\vartheta_{21} = \left[\frac{mq^4}{2K^2\hbar^2 h}\right]\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

که در آن جمله داخل کروشه معادل حاصلضرب ضریب رایدبرگ در سرعت نور (Rc) می‌باشد.

مدل بور در بسیاری از موارد پاسخگو و منطبق بر واقعیت است، لیکن در بعضی موارد نمی‌تواند پدیده‌ها را توصیف کند لذا بر این اساس نظریه کوانتمی بنیان گذاشته می‌شود.

این مدل

مکانیک کوانتمی:

فیزیک کوانتمی اساساً فیزیک سیستمهای میکروسکپی (مانند اتم) می‌باشد.

نظریه کوانتمی بر اساس دو نظرگاه و روش توسعه یافت:

- مکانیک ماتریسی: هایزنبرگ
- مکانیک موجی: شرودینگر

که نظریه موجی عمومیت بیشتری دارد، لیکن نشان داده می‌شود که هر دو به نتایج یکسانی منجر می‌شوند.

بر اساس مفاهیم کوانتمی یک ذره، مانند الکترون، دارای رفتار موجی است و یک موج، مانند نور، دارای رفتار ذره‌ای است. به طوری که می‌توان این دو رفتار را به صورت زیر به هم ربط داد:

رفتار موجی یک ذره (الکترون): $\lambda = \frac{h}{p}$

رفتار ذره‌ای یک موج (فوتون نوری): $p = \frac{h}{\lambda}$

آزمایش دوبروی[1] نشان می‌دهد که الکترون از خود پدیده‌هایی مانند تداخل[2] و تفرق (پراکنش-پراش)[3] بروز می‌دهد. این امر آشکارا نشان می‌دهد که الکترون دارای خواص شبه موجی[4] است.

رفتار شبه موجی الکترون، در صورت اعمال انرژی پتانسیل مناسب و شرایط مرزی متناسب، توسط معادله شرودینگر توصیف می‌شود که بنیان نظریه کوانتمی را تشکیل می‌دهد.

اساس آن شبیه قانون دوم نیوتن $F = ma$ است، که البته آن را نیز نمی‌توان اثبات کرد. معادله شرودینگر تمام پدیده‌های فیزیکی قابل مشاهده در سطح اتمی را پیش‌بینی می‌کند.

اصل عدم قطعیت

به جای تعیین دقیق مقادیر موقعیت، اندازه حرکت و انرژی ذرات، مقادیر متوسط یا مقادیر مورد انتظار ارائه می‌گردند. ⇐

توصیف احتمالی رفتار ذرات probabilistic nature

طبق اصل عدم قطعیت هایزنبرگ در اندازه‌گیری مکان و اندازه حرکت یک ذره، میزان عدم قطعیت در مقادیر اندازه‌گیری شده با رابطه زیر بیان می‌گردد:

$$(\Delta x)(\Delta P_x) \geq \hbar$$

---

[1] de Broglie
[2] interference
[3] diffraction
[4] wave-like

به همین ترتیب عدم قطعیت در اندازه‌گیری انرژی ذره به عدم قطعیت در زمان اندازه‌گیری مرتبط است:

$$(\Delta E)(\Delta t) \geq \hbar$$

بنابراین بر اساس مکانیک کوانتمی می‌توان **تابع چگالی احتمال** probability density function برای توصیف رفتار الکترون را تحت شرایط معین به دست آورد و از آنجا مقادیر مورد انتظار برای پارامترهای مهم از قبیل **مکان، اندازه حرکت و انرژی** را تعیین کرد.

در حالت یک بعدی اگر تابع چگالی احتمال $P(x)$ باشد، احتمال وجود ذره در محدوده x و $x+dx$ برابر $\boldsymbol{p}(x)dx$ می‌باشد.

$$\text{تابع چگالی احتمال} = P(x)$$

$$\text{احتمال وجود ذره در محدوده } x \text{ و } x+dx = P(x)dx$$

در نتیجه چون ذره به هر حال وجود دارد:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P(x)dx = 1 \Leftarrow$$

در این رابطه فرض شده که تابع چگالی احتمال نرمالیزه شده باشد.

در این صورت برای یک تابع دلخواه $f(x)$، مقدار متوسط آن از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\text{مقدار متوسط تابع } f(x) = \langle f(x) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)P(x)dx$$

اگر $P(x)$ نرمالیزه نباشد:

$$\langle f(x) \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)P(x)dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} P(x)dx}$$

به طور کلی یک موج الکترومغناطیسی رونده[1]، حاصل از نوسانات سینوسی جریان، یا یک موج ولتاژ رونده در یک خط انتقال بلند را می‌توان با یک معادله موج رونده به صورت زیر توصیف کرد:

$$E(x,t) = E_0 \exp j(kx - \omega t) = E(x)\exp(-j\omega t)$$

که در آن جمله $E(x) = E_0 \exp(jkx)$ وابستگی مکانی و جمله $\exp(-j\omega t)$ وابستگی زمانی معادله موج را نشان می‌دهد.

[1] Travelling magnetic wave

به طریق مشابه می‌خواهیم به الکترون یک تابع موج $\psi(x,t)$ نسبت دهیم. انرژی پتانسیل الکترون به صورت زیر است:

$$V = V(x)$$

زیرا نیروی خالصی که الکترون تجربه می‌کند با رابطه زیر داده می‌شود:

$$F = -dV/dx$$

به عنوان مثال در اتم هیدروژن، الکترون با بار مثبت پروتون جذب می‌شود. بنابراین دارای انرژی پتانسیل الکترواستاتیکی زیر است:

$$V(r) = \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$

که در آن

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

فاصله بین الکترون و پروتون است.

اگر انرژی پتانسیل (PE) الکترون مستقل از زمان باشد، می‌توان وابستگی مکانی و زمانی $\psi(x,t)$ را، مانند آن چه که در بالا در مورد موج رونده انجام دادیم، از هم جدا کرد و تابع موج کل $\psi(x,t)$ را به صورت زیر نوشت:

$$\psi(x,t) = \psi(x)\exp\left(-\frac{jEt}{\hbar}\right)$$

که در آن $\psi(x)$ تابع موج الکترون است که تنها رفتار مکانی آن را توصیف می‌کند و E انرژی الکترون است.

رفتار لحظه‌ای الکترون به صورت تناوبی است، $\exp(-jEt/\hbar)$، که متناظر با $\exp(-j\omega)$ در رابطه موج رونده است و فرکانس زاویه‌ای آن برابر $\omega = E/\hbar$ می‌باشد.

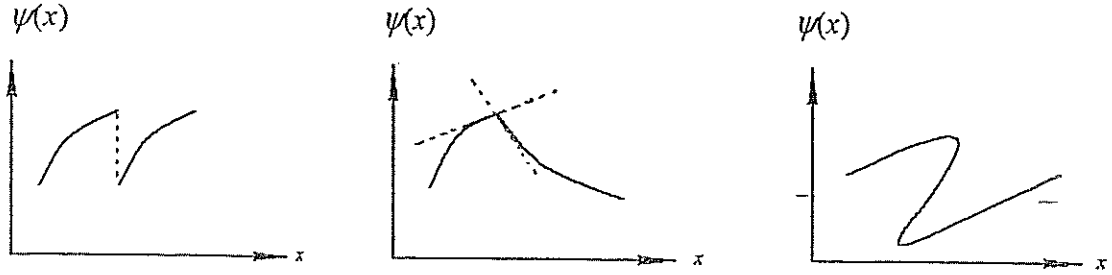
معادله موج شرودینگر

با توجه به بحث مقدماتی فوق به تشریح معادله موج شرودینگر می‌پردازیم.

روش توصیف شرودینگر بر فرض‌های اساسی زیر استوار است:

۱- در یک سیستم فیزیکی هر ذره با یک تابع موج $\Psi(x,y,z,t)$ توصیف می‌شود.

این تابع و مشتق مکانی آن پیوسته، محدود (کراندار- finite) و تک مقداری (single-valued) می‌باشد.



توابع موج $\psi(x)$ غیر قابل قبول. (الف) $\psi(x)$ ناپیوسته است، (ب) $d\psi(x)/dx$ ناپیوسته است و (ج) $\psi(x)$ تک مقداری نیست.

۲- به جای مقادیر کلاسیک مانند انرژی E و اندازه حرکت p، بایستی این مقادیر را با اپراتورهای مکانیک کوانتمی متناظر مرتبط کرد.

	متغیر کلاسیک	اپراتور کوانتمی
پارامتر	x	x
تابع	$f(x)$	$f(x)$
اندازه حرکت	$p(x)$	$\frac{\hbar}{j}\frac{\partial}{\partial x}$
انرژی	E	$\frac{-\hbar}{j}\frac{\partial}{\partial t}$

به همین ترتیب می‌توان برای دو جهت دیگر نیز این کار را انجام داد.

۳- احتمال یافتن ذره‌ای با تابع موج Ψ در حجم $dxdydz$ برابر $\Psi^*\Psi dxdydz$ می‌باشد $\Psi^*\Psi$ نرمالیزه شده است به طوری که:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*\Psi dxdydz = 1$$

در واقع تابع موج $\Psi(x,y,z,t)$ به گونه‌ای است که مربع آن بیانگر احتمال یافتن الکترون در حجم $dxdydz$ در زمان t است. باید توجه کرد که تنها $|\Psi|^2$ دارای معنی فیزیکی است، و نه Ψ، و بنابر این لازم نیست Ψ حقیقی باشد و می‌تواند یک تابع مختلط با قسمتهای حقیقی و موهومی باشد. از این رو به جای $|\Psi|^2$ از $\Psi^*\Psi$ برای نمایش احتمال در واحد حجم استفاده می‌کنیم.

مثال: مقدار متوسط هر متغیر Q با استفاده از تابع موج به کمک اپراتور Q_{op} که طبق فرض ۲ مشخص شده است، مطابق رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$\langle Q \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* Q_{op} \Psi dxdydz$$

با داشتن Ψ برای یک ذره، می‌توان مقدار متوسط مکان، انرژی و اندازه حرکت را در محدوده اصل عدم قطعیت محاسبه کرد.

همان طور که گفته شد، طبق فرض ۳ دیده می‌شود که تابع چگالی احتمال $\Psi^*\Psi$ یا $|\Psi|^2$ می‌باشد.

محاسبات انرژی

انرژی کل= انرژی پتانسیل + انرژی جنبشی

مکانیک کلاسیک : $\frac{1}{2m}p^2 + V = E$

مکانیک کوانتمی : $\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2} + V(x)\Psi(x,t) = \frac{-\hbar}{j}\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$ ①

معادله فوق معادله موج شرودینگر نامیده می‌شود که یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم است.

معادله شرودینگر سه بعدی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + V\Psi = \frac{-\hbar}{j}\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$$

که در آن لاپلاسین $\nabla^2\Psi$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\nabla^2\Psi = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}$$

با توجه به مستقل بودن اثر زمان و مکان با استفاده از روش جداسازی متغیرها در یک بعدی:

$$\Psi(x,t) = \psi(x)\varphi(t)$$

$$① \Rightarrow \frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2}\phi(t) + V(x)\psi(x)\phi(t) = \frac{-\hbar}{j}\psi(x)\frac{\partial\phi(t)}{\partial t}$$

بنابراین معادلات زیر بدست می‌آیند که بر مبنای مکانیک موجی می‌باشند. $V(x)$ معمولاً ناشی از یک میدان الکترواستاتیکی یا مغناطیسی است.

$$\begin{cases} \frac{d\phi(t)}{dt} + \frac{jE}{\hbar}\phi(t) = 0 & \text{معادله وابسته به زمان} \\ \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}[E - V(x)]\psi(x) = 0 & \text{معادله مستقل از زمان} \end{cases}$$

که E ثابت جداسازی بوده و می‌توان نشان داد که، چنانچه پاسخ خاصی بدست آید، متناظر با انرژی ذره می‌باشد.

با توجه به شرایط فوق و فرض ۱ تنها توابع موج مشخصی قابل قبول می‌باشند. این توابع موج را توابع ویژه[1] یا توابع مشخصه[2] سیستم گویند که رفتار و انرژی الکترون را در حالت پایدار مشخص می‌کنند. این توابع ویژه را حالت‌های استیشنری[3] نیز می‌گویند.

دقت شود که گر انرژی پتانسیل الکترون به زمان نیز وابسته باشد، یعنی $V=V(x,t)$، در این صورت نمی‌توان $\psi(x,t)$ را تجزیه کرد و داریم

$$\psi(x,t) \neq \psi(x)\exp\left(-\frac{jEt}{\hbar}\right)$$

در این حالت باید معادله شرودینگر را در حالت کلی حل کرد.

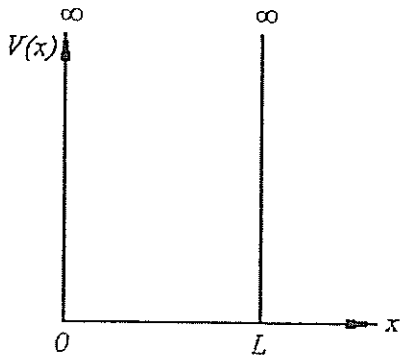
تمرین

[1] eigenfunction
[2] characteristic function
[3] Stationary states

مثال خاص: مسئله چاه پتانسیل potential well problem

فرض کنید ذره‌ای در یک چاه پتانسیل گیر افتاده باشد که در آن $V(x)=0$ به جز در مرزهای $x=0$ و $x=L$ که پتانسیل در آن نقاط بی‌نهایت می‌باشد.

$$\begin{cases} V(x)=0 & 0<x<L \\ V(x)=\infty & x=0,L \end{cases}$$



نمودار انرژی پتانسیل

در داخل چاه داریم:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}E\psi(x)=0 \quad 0<x<L$$

با توجه به شرایط مرزی

$$\psi = A\sin kx, \quad k=\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

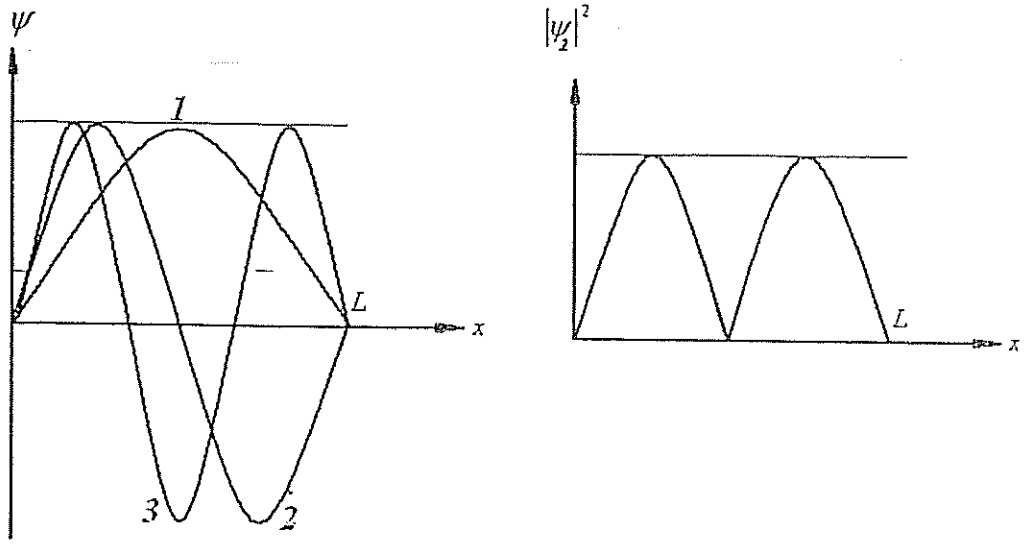
دامنه A از نرمالیزه کردن ψ بدست می‌آید. ضمناً

$$[@x=L \Rightarrow \psi(x)=0] \Rightarrow k=\frac{n\pi}{L} \quad n=1,2,3,...$$

در نتیجه:

$$\frac{n\pi}{L}=\frac{\sqrt{2mE_n}}{\hbar}$$

در شکل زیر توابع موج حاصل به ازای $n=1$، $n=2$ و $n=3$ (ψ_1، ψ_2، ψ_3) و همچنین تابع چگالی احتمال برای حالت دوم ($n=2$) رسم شده است.



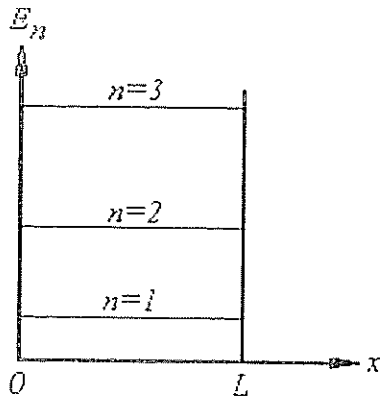
شکل- توابع موج در سه حالت کوانتمی اول (چپ) و تابع چگالی احتمال برای حالت دوم (راست)

برای هر عدد صحیح n انرژی ذره برابر است با:

$$\Rightarrow E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$$

دقت شود که

- انرژی کوانتیده شده است و فقط مقادیر معینی انرژی مجاز است.
- n عدد کوانتمی نامیده می‌شود.
- تابع موج ویژه ψ_n و حالت انرژی متناظر آن E_n حالت کوانتمی ذره (particle quantum state) را توصیف می‌کند.



ترازهای انرژی کوانتیده درون چاه پتانسیل

برای محاسبه A

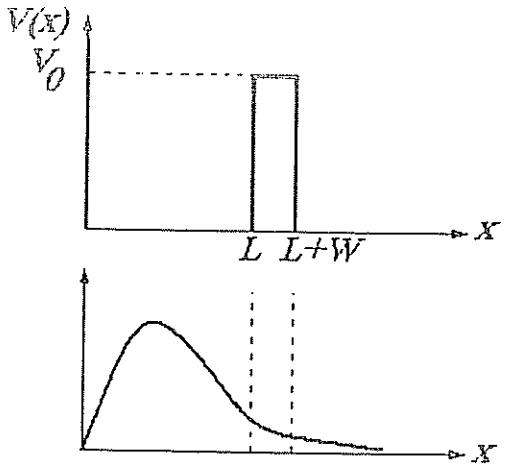
$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \psi dx = \int_0^L A^2 \left(\sin \frac{n\pi}{L} x \right)^2 dx = A^2 \frac{L}{2} \ (\equiv 1)$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

$$\Rightarrow \psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi}{L} x$$

تونل‌زنی Tunneling

- اگر ارتفاع سد چاه پتانسیل بی‌نهایت نباشد، با توجه به فرض ۱ معادله شرودینگر و لزوم پیوستگی ψ در همه جا، مقدار ψ در سمت راست سد غیر صفر است و لذا احتمال وجود ذره در خارج سد وجود دارد.
- ذره نمی‌تواند از بالای V_0 عبور کند زیرا انرژی آن کم است.
- بنابراین ذره با استفاده از مکانیسم تونل‌زنی tunneling به خارج سد نفوذ می‌کند.
- عرض چاه (W) کمتر ⇐ احتمال تونل‌زنی بیشتر
- این مکانیسم در مکانیک کلاسیک مشابهی ندارد و به اصل عدم قطعیت مرتبط می‌باشد، زیرا با قطعیت نمی‌توان گفت که الکترون فقط در سمت چپ سد قرار دارد و احتمال وجود آن در سمت راست نیز وجود دارد.



ساختمان اتمی و جدول تناوبی

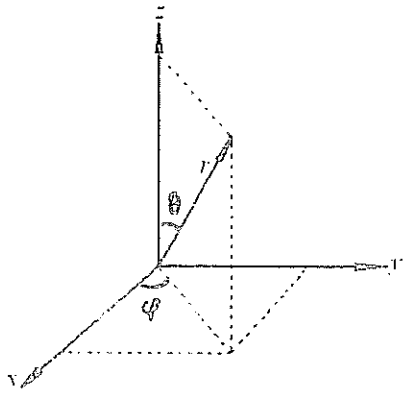
معادله شرودینگر توصیف دقیقی از عملکرد متقابل ذرات در میدانهای الکتریکی (مانند الکترون در اتم) ارائه می‌دهد لیکن حل آن برای اتمهای پیچیده بسیار دشوار است. در عمل معادله برای اتم هیدروژن حل می‌شود و سپس با تقریب تعمیم داده می‌شود. سطوح انرژی مجاز محاسبه می‌شود و بایستی با مدل بور همخوانی داشته باشد.

اتم هیدروژن

برای یافتن تابع موج برای اتم هیدروژن بایستی معادله شرودینگر سه بعدی را برای میدان پتانسیل کولمبی حل کرد. به دلیل تقارن کروی، از مختصات کروی استفاده می‌شود.

پتانسیل کولمبی فقط به فاصله r بستگی دارد. پتانسیل کولمبی اعمال شده به الکترون در مجاورت پروتون از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$V(r,\theta,\varphi) = V(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r}$$



مختصات کروی

با جداسازی متغیرها، معادله مستقل از زمان عبارت است از:

$$\psi(r,\theta,\varphi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi)$$

تابع موج دارای سه جزء می‌باشد و پاسخ‌هایی برای معادله وابسته به r وابسته به θ و وابسته به φ بدست می‌آید. هر سه پاسخ کوانتیزه بوده و هر کدام به یک عدد کوانتمی مرتبط می‌شود.

به عنوان مثال پس از جداسازی، معادله وابسته به φ بصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m^2\Phi = 0$$

که در آن m یک عدد کوانتمی است:

$$\Rightarrow \Phi_m(\varphi) = Ae^{jm\varphi}$$

و ضریب A از نرمالیزاسیون بدست می‌آید:

$$\int_0^{2\pi} \Phi_m^*(\varphi)\Phi_m(\varphi)d\varphi = 1$$

$$\Rightarrow A^2 \int_0^{2\pi} e^{-jm\varphi}e^{jm\varphi}d\varphi = A^2 \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi A^2$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

$$\Rightarrow \Phi_m(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{jm\varphi}$$

چون φ دارای دوره تناوب 2π است پس Φ هم بایستی دارای دوره تناوب 2π باشد. این امر وقتی اتفاق می‌افتد که m یک عدد صحیح نسبی باشد:

$$m = \ldots,-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,\ldots$$

به همین ترتیب می‌توان R(r) و $\Theta(\theta)$ را محاسبه کرد که به هرکدام یک عدد کوانتمی n و l نسبت داده می‌شود. بطوریکه می‌توان نشان داد:

$$\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi) = R_n(r)\Theta_l(\theta)\Phi_m(\varphi)$$

اعداد کوانتمی n و l با قانون خاص خود انتخاب می‌شوند. البته توابع فوق، وقتی که به عنوان یک تابع موج تکی مورد استفاده قرار می‌گیرند، به هم مرتبط بوده و دارای همپوشانی هستند، به طوری که اعداد کوانتمی فوق دارای محدودیتهایی می‌باشند. این محدودیتها عبارتند از:

$$n = 1,2,3,\ldots.$$
$$l = 0,1,2,\ldots,(n-1)$$
$$m = -l,\ldots,-2,-1,0,+1,+2,\ldots,+l$$

n عدد کوانتمی اصلی بوده که لایه اصلی را مشخص می‌کند.

علاوه بر اعداد فوق که از معادله موج بدست می‌آیند یک عدد کوانتمی دیگر هم متناظر با اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون s خواهیم داشت که عدد اسپین نامیده می‌شود.

$$s = \pm\frac{\hbar}{2}$$

یعنی بر حسب واحد $\hbar$ الکترون دارای اندازه حرکت زاویه‌ای $\frac{1}{2}$ بوده که بسته به جهت چرخش آن مثبت یا منفی می‌باشد.

مثال:

$$n=1 \Rightarrow l=0,\ m=0,\ s=\pm ½$$

$$n=2 \Rightarrow \begin{cases} l=0, & m=0, \quad s=\pm ½ \\ l=1, & \begin{cases} m=-1, & s=\pm ½ \\ m=0, & s=\pm ½ \\ m=+1, & s=\pm ½ \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین برای n=1 تعداد حالتهای مجاز برابر ۲ و برای n=2 تعداد حالتهای مجاز انرژی برابر ۸ حالت می‌باشد.

خلاصه

- نتیجه مهم اینکه هر حالت انرژی مجاز الکترون در اتم هیدروژن بطور منحصر به فردی با ۴ عدد کوانتمی n، l، m و s توصیف می‌شود.
- n عدد کوانتمی اصلی بوده و اربیت الکترون در اصطلاح بور را مشخص می‌کند. البته مفهوم اربیت در محاسبات مکانیک کوانتمی با تابع چگالی احتمال جایگزین می‌شود. در اینحالت عموماً به جای اربیت از مفهوم لایه shell استفاده می‌شود.
- اصل انحصار پاولی: در یک سیستم تقابلی (interacting)، یعنی سیستمی که در آن توابع موج الکترونها همپوشانی دارند، هیچ دو الکترونی نمی‌توانند مجموعه اعداد کوانتمی (n، l، m و s) یکسان داشته باشند.

فصل سوم

نوارهای انرژی و حامل‌های بار در نیمه‌هادی‌ها

- علت هدایت خوب و بد اجسام
- چگونگی تغییر هدایت نیمه‌هادی با درجه حرارت و ناخالصی

توسط نوارهای انرژی قابل توصیف است.

نیروهای پیوندی و نوارهای انرژی در اجسام جامد

- اتم منفرد: دارای ترازهای مجزا برای الکترون بوده و فواصل بدون انرژی مجاز دارد.
- جسم جامد: تشکیل سطوح یا نوارهای انرژی
  - ❖ تابع موج اتم‌های مجاور با همدیگر اورلپ دارند
  - ❖ تاثیر متقابل اتم‌های مجاور شرایط مرزی معادله شرودینگر را تغییر می‌دهد و لذا جواب‌ها کمی تغییر می‌کنند.

نیروهای پیوندی در اجسام

عملکرد متقابل الکترون‌های اتم‌های مجاور در حفظ یکپارچگی شبکه کریستال خیلی مهم میباشد.

بطور کلی سه نوع پیوند در اجسام وجود دارد.

نوع اول (پیوند یونی): در هالیدهای قلیایی مثل NaCl:

- Na الکترون می‌دهد ⇐ تشکیل Na^+
- Cl الکترون می‌گیرد ⇐ تشکیل Cl^-

$_{11}Na : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$

$_{17}Cl : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$

- هر اتم Na با ۶ اتم Cl و بر عکس هر اتم Cl با ۶ اتم Na احاطه شده اند.
- هر یون Na^+ شش یون Cl^- اطراف خود را به طرف خود می‌کشد و برعکس، تا اینکه نیروهای جاذبه و دافعه متعادل گردند.
- هیچ الکترونی آزاد نیست. بنابراین ⇐ $NaCl$ یک عایق است چون Na^+ و Cl^- دارای ساختار اتم خنثی بوده و الکترونی در هدایت شرکت نمی‌کند زیرا همه الکترونها در ترازهای ثابت قرار گرفته اند.

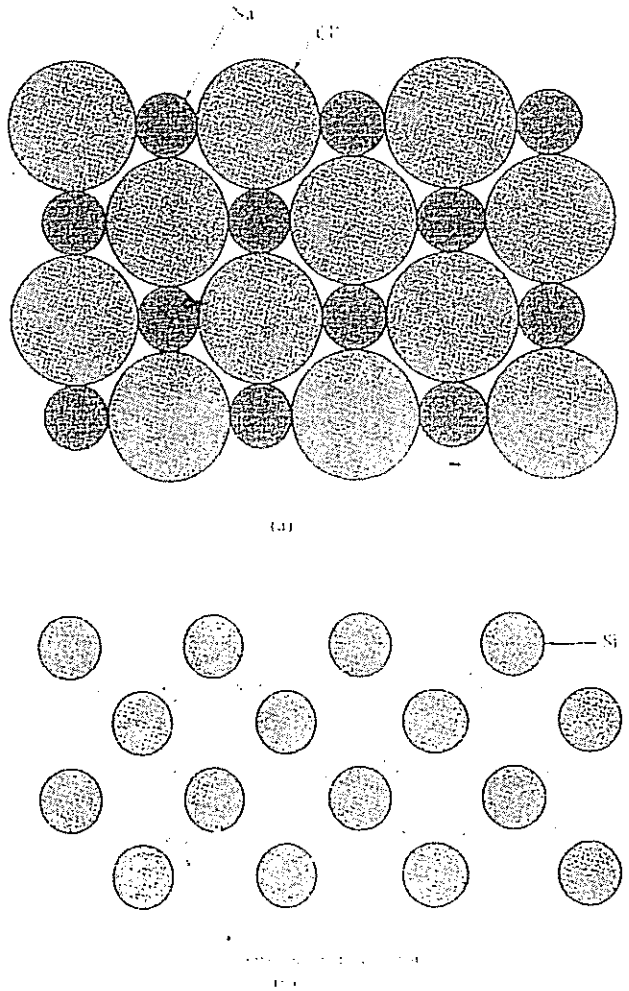
نوع دوم (پیوند فلزی): در فلزات حداکثر ۳ الکترون در تراز آخر قرار دارد (مثلاً در Na یک الکترون). این الکترون‌ها وابستگی کمی به اتم دارند و می‌توانند از اتم جدا شده و یون درست کنند ⇐

- فعالیت شیمیایی شدید در Na و فلزات
- هدایت الکتریکی زیاد

یون‌ها در دریایی از الکترون آزاد قرار دارند ⇐

پیوند فلزی بین یون‌های مثبت و الکترون‌های منفی سبب نگه داشتن شبکه کریستال می‌شود.

نوع سوم (پیوند کووالانسی): نیروهای کووالانسی که در نیمه‌هادی‌ها وجود دارد.



شکل – (a)پیوند یونی NaCl، (b) پیوند کووالانسی در بلور سیلیکن از دید <۱۰۰>

بنابراین Si و Ge بایستی عایق باشند. در 0K این طور است لیکن با کمی حرارت یا نور، پیوند کووالانسی شکسته می‌شود و الکترون آزاد درست می‌شود.

در نیمه‌هادی‌های مرکب مثل GaAs نوارهای مخلوط وجود دارند (یونی - کووالانسی)

$(III-V) \xrightarrow{ta} (II-VI) \Rightarrow$ سهم پیوند یونی بیشتر می‌شود.

نوارهای انرژی

بین دو هسته اتم در واقع مانند یک چاه پتانسیل است لیکن شکل چاه از پتانسیل کولمبی تبعیت می‌کند:

$$V(r,\theta,\phi) = V(r) = \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$

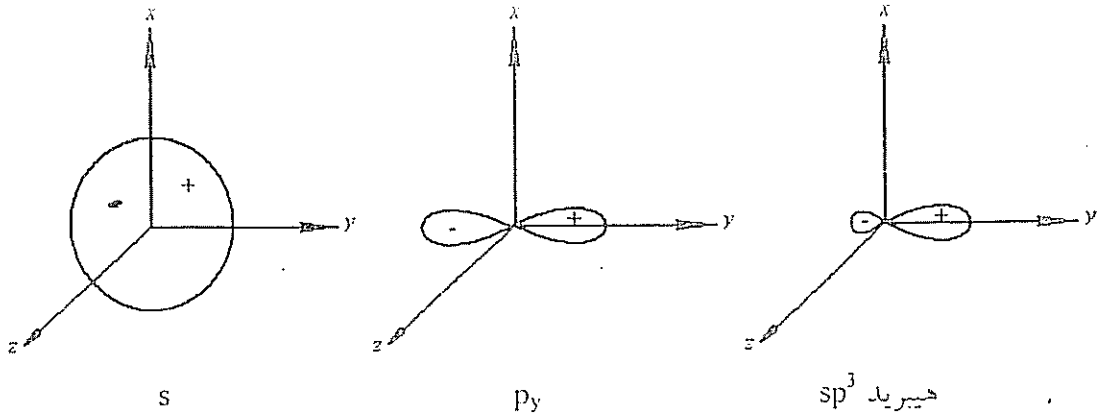
بنابراین شکل ترازهای انرژی اتم هیدروژن بیشتر به رابطه بور

$$E_n = -\frac{mq^4}{2K^2n^2\hbar^2}$$

شبیه است تا به رابطه چاه پتانسیل مستطیلی:

$$E_n = -\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$$

از حل معادله شرودینگر برای اتم Si می‌توان وابستگی شعاعی و زاویه‌ای توابع موج یا اربیتال‌های الکترونیکی را تعیین کرد. در لایه ظرفیت، دو الکترون 3s و دو الکترون 3p وجود دارد. اربیتال (تابع موج) 3s دارای تقارن کروی است و همه جا مثبت است. ۳ اربیتال p نیز وجود دارند که دو به دو بر هم عمودند. شکل آنها شبیه دمبل (dumb-bell) است و دارای یک لوب مثبت و یک لوب منفی است. جالب این است که در مورد کریستال Si وقتی اتمها به هم خیلی نزدیک می‌شوند، دو اربیتال s و دو اربیتال p همپوشانی می‌کنند و ۴ اربیتال sp^3 به وجود می‌آید. قسمت منفی اربیتال p تابع موج (اربیتال) s را کاهش می‌دهد و قسمت مثبت آن، تابع موج s را افزایش می‌دهد. این امر منجر به تشکیل پیوندهای جهت دار در فضا می‌شود.

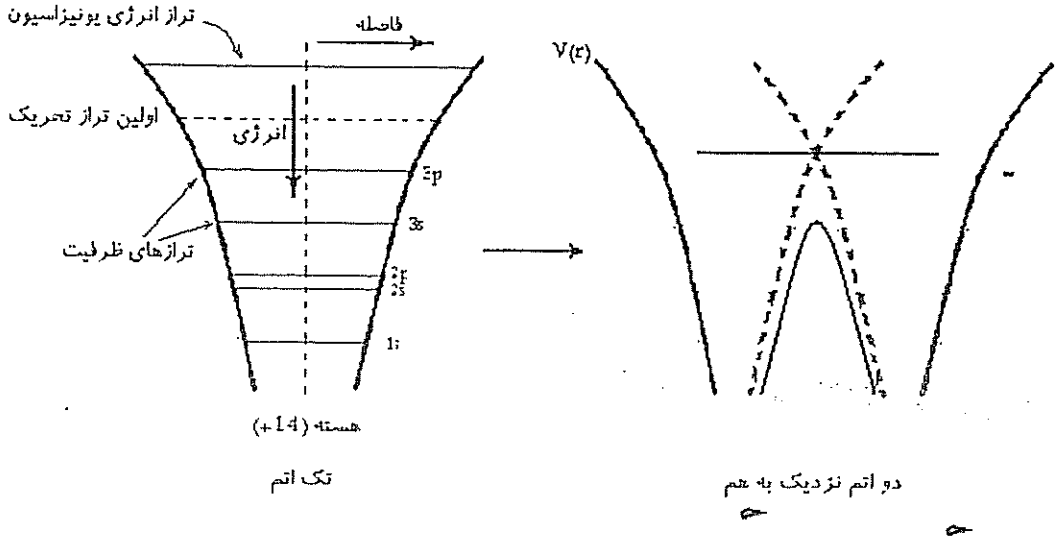


ترکیب توابع موج (اربیتال‌های) s و p و تشکیل اربیتال sp^3 در Si

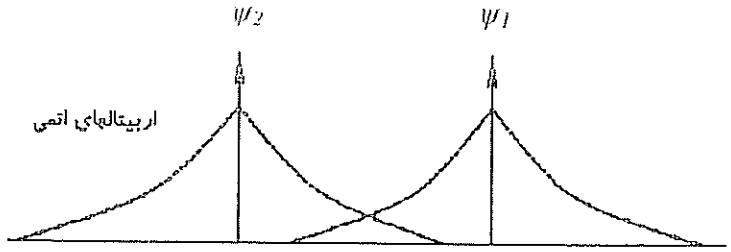
بر این اساس نمودار نوار انرژی یک اتمی تکی در شکل زیر (سمت چپ) نشان داده شده است. وقتی اتم‌های مجزا نزدیک هم آورده می‌شوند پدیده‌های مختلفی بین اتم‌های مجاور رخ می‌دهد.

- نیروی جاذبه و دافعه در یک فاصله اتمی مشخص متعادل می‌شوند.
- ترازهای انرژی الکترون تغییر اساسی می‌کنند ← خواص الکتریکی جسم تغییر می‌کند.

وقتی دو اتم به هم نزدیک می‌شوند چاه پتانسیل کولمبی دو اتم به صورت شکل سمت راست زیر در می‌آید. بین دو اتم پتانسیل کولمبی کوچکتر است زیرا دو الکترون در اینجا توسط دو هسته جذب می‌شوند.



تابع موج دو الکترون قرار گرفته در مرکز دو هسته به صورت زیر می‌باشد:

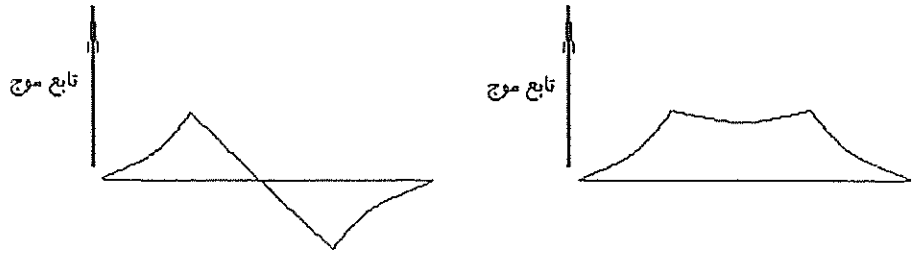


از حل معادله شرودینگر برای این سیستم به دست می‌آید که توابع موج دو الکترون مرکب، ترکیب خطی از اربیتالهای اتمی منفرد[1] (LCAO) می‌باشد.

ترکیب فرد یا ضد تقارنی را اربیتال ضد پیوندی (antibonding) و ترکیب زوج یا متقارن را اربیتال پیوندی (bonding) گویند. اربیتال پیوندی دارای مقدار بزرگتر تابع موج است زیرا پتانسیل کولمبی

[1] Linear combination of atomic orbitals

در بین دو هسته کمتر است و بنابراین چگالی احتمال الکترون آن بین دو هسته اتم بزرگتر خواهد بود ($|\psi|^2$=تابع چگالی احتمال). این اربیتال متناظر با پیوند کووالانسی بین اتم‌ها است. اربیتال ضد پیوندی در پیوند شرکت نمی‌کند.



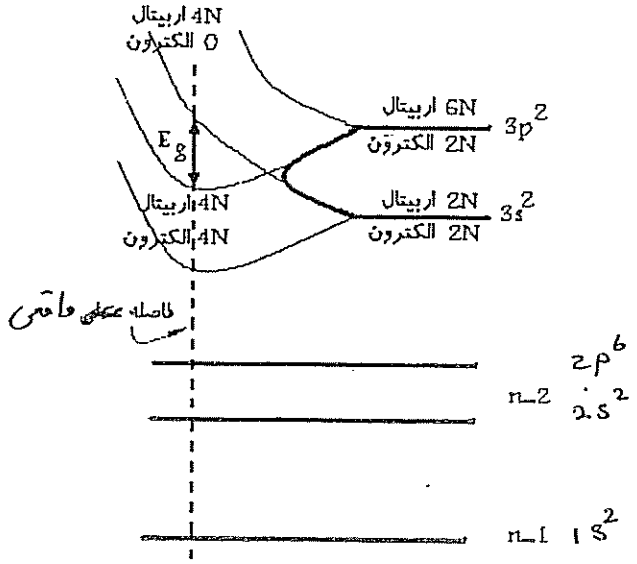
Antibonding orbital
(در تراز بالاتر واقع است)

Bonding orbital
(در تراز پایین تر قرار دارد)

- در اربیتال پیوندی (bonding) که به صورت متقارن (ازدید دو اتم) می‌باشد، احتمال وجود الکترون در فضای بین دو اتم زیاد می‌باشد و درنتیجه الکترون موجود موجب جذب و نگه داشتن هسته‌های دو اتم مجاور می‌گردد تا اینکه در یک نقطه به تعادل برسد.
- در اربیتال ضدپیوندی (antibonding) که به صورت ضد تقارنی می‌باشد احتمال وجود الکترون در وسط دو اتم تقریباً صفر است.
- اربیتال ضدپیوندی در تراز انرژی بالاتر قرار می‌گیرد و در نتیجه یک gap بین این دو اربیتال ایجاد می‌گردد.
- جدا شدن این دو اربیتال مربوط به تشکیل هیبریدهای sp^3 می‌باشد.
- معمولا حالتهای (اربیتالهای) پیوندی توسط الکترون پر هستند در حالی که حالتهای ضدپیوندی خالی از الکترون می‌باشند.
- انرژی اربیتالهای هیبرید بین ۵ تا ۱۰ الکترون-ولت بیشتر از انرژی اربیتالهای اتمی (s، p و...) می‌باشد. این انرژی در یک کریستال بدلیل تقابل بین اتمها به شبکه پس داده می‌شود در نتیجه انرژی پیوندی منتجه تقریباً به میزان $1eV$ به ازای هر الکترون والانس کمتر است.

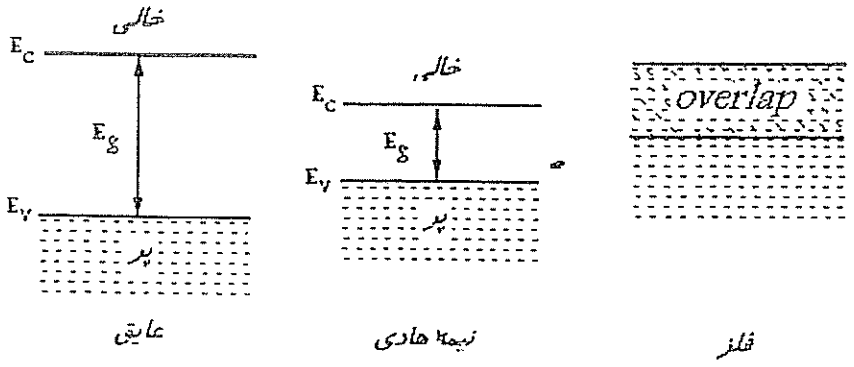
نوار انرژی اتم سیلیکن

وقتی اتم‌های سیلیکن به یکدیگر نزدیک می‌شوند، ترازهای انرژی در هم ادغام می‌شوند و به دلیل اصل انحصار پائولی به نوارهای انرژی تبدیل می‌شوند. این امر در شکل زیر نشان داده شده است. به طوری که ملاحظه می‌شود در نمودار نوار انرژی یک شکاف بین نوار ظرفیت و نوار هدایت به وجود می‌آید که حائز اهمیت بالایی در تعیین رفتار جسم می‌باشد.



توصیف فلز، نیمه‌هادی ،عایق با استفاده از نوار انرژی

- اهمیت ساختار نوار انرژی و E_g



$Si : E_g = 1.1eV$

$Diamond : E_g = 5eV$

- در صفر کلوین سیلیکن یک عایق است.

نیمه‌هادی‌های مستقیم و غیر مستقیم

حرکت یک الکترون در درون یک شبکه متناوب کامل را در نظر بگیرید. تابع موج الکترون به صورت یک موج عرضی (مثلا در جهت x) با یک ثابت انتشار k_x می‌باشد که k_x را بردار موج نیز می‌گویند. تابع موج وابسته به مکان برای الکترون به صورت زیر است:

$$\psi_k(x) = U(k_x, x)e^{jk_x x}$$

که در آن $k_x = p/\hbar$ و p اندازه حرکت می‌باشد (تمرین زیر).

تابع $U(k_x, x)$ تابع بلاک Bloch نامیده می‌شود که پریود آن متناظر با پریود لیتس می‌باشد.

تمرین ۱- با فرض این که U در رابطه تابع موج فوق مقدار ثابتی باشد، نشان دهیدکه مؤلفه x اندازه حرکت الکترون در کریستال با رابطه‌ی $< p_x >= \hbar k$ داده می‌شود که در آن $<p_x>$ مقدار متوسط اندازه حرکت است.

حل: داریم

$$\psi_k(x) = U(k_x, x)e^{jk_x x} = Ue^{jk_x x}$$

طبق تعریف، در صورتی که تابع موج نرمالیزه باشد، مقدار متوسط یک کمیت کوانتمی Q از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$< Q >= \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* Q_{op} \psi dx$$

در مورد اندازه حرکت در حالت کلی داریم:

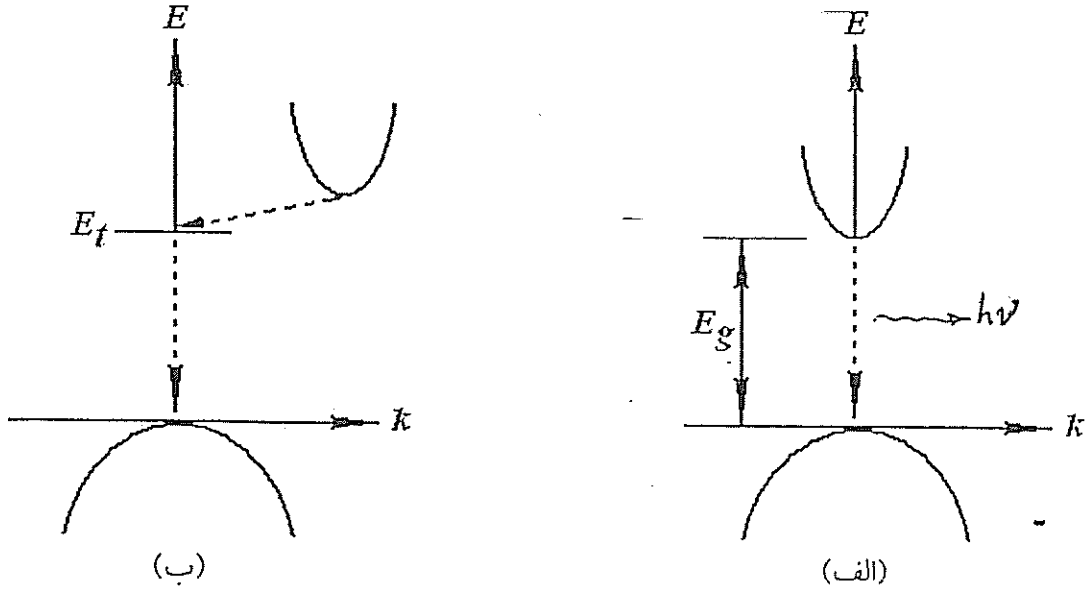
$$< p_x >= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \psi^* p_{op} \psi dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \psi dx}$$

که در آن p_{op} اپراتور کوانتمی اندازه حرکت است که با جایگذاری آن در رابطه فوق داریم:

$$< p_x >= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} Ue^{-jk_x x} \frac{\hbar}{j}\frac{\partial}{\partial x}\left(Ue^{jk_x x}\right)dx}{\int_{-\infty}^{\infty} Ue^{-jk_x x}\left(Ue^{jk_x x}\right)dx} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} U^2 \hbar k_x dx}{\int_{-\infty}^{\infty} U^2 dx}$$

$$= \frac{\hbar k_x \int_{-\infty}^{\infty} U^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} U^2 dx} = \hbar k_x$$

حال با رسم منحنی انرژی بر حسب اندازه حرکت (E,k) دو حالت متمایز در نیمه‌هادی‌ها ممکن است به وقوع بپیوندد که در شکل زیر رسم شده است.



نمودار نوار انرژی (الف) نیمه‌هادی مستقیم، (ب) نیمه‌هادی غیر مستقیم. خطوط نقطه‌چین بیانگر انتقال الکترون همراه با تشعشع است.

به طوری که ملاحظه می‌شود انتقال الکترون در یک نیمه‌هادی مستقیم بدون تغییر اندازه حرکت صورت می‌گیرد، در حالی که در نیمه‌هادی غیرمستقیم این امر مستلزم تغییر اندازه حرکت است.

تمرین ۲- رابطه (E,k) را برای یک الکترون آزاد به دست آورید.

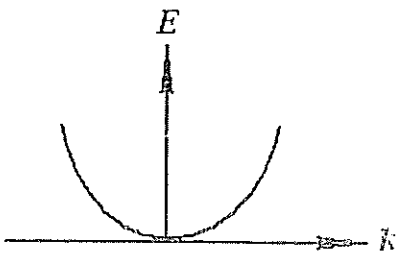
حل: با استفاده از تمرین ۱ داریم:

$$p = mv = \hbar k$$

در نتیجه:

$$E = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}\frac{p^2}{m} = \frac{\hbar 2}{2m}k^2$$

بنابراین رابطه انرژی بر حسب بردار موج k یک رابطه سهمی است.



جرم الکترون رابطه معکوس با مشتق دوم (انحنای) رابطه (E,k) دارد، زیرا

$$\frac{d^2E}{dk^2} = \frac{\hbar^2}{m} \Rightarrow m^* = \frac{\hbar^2}{d^2E/dk^2}$$ جرم مؤثر الکترون

البته الکترون درون جسم الکترون آزاد نیست، لیکن نوار انرژی در مینیمم (برای نوار هدایت) یا ماگزیمم (برای نوار ظرفیت) تقریباً سهمی است.

حامل‌های بار در نیمه‌هادی

در فلز

- الکترون‌های آزاد مانند دریایی اتم‌ها را در بر گرفته‌اند و می‌توانند هدایت الکتریکی را بر عهده بگیرند.

در نیمه‌هادی

- الکترون‌های درون نوار هدایت در اثر تحریک حرارتی به وجود می‌آیند
- حفره‌های درون نوار ظرفیت در اثر خالی شدن جای الکترون‌های تحریک شده به نوار هدایت به وجود می‌آیند.

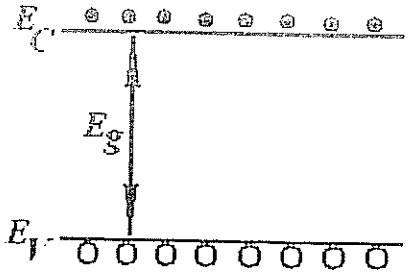
اعمال ناخالصی اثرات قابل توجهی بر روی ساختار نوار انرژی و حامل‌های بار نیمه‌هادی سبب می‌شود که منجر به انعطاف زیاد در هدایت و خواص الکتریکی نیمه‌هادی می‌گردد.

الکترون و حفره

افزایش درجه حرارت از صفر کلوین ←

- افزایش الکترون در نوار هدایت
- افزایش جای خالی الکترون در نوار ظرفیت (حفره)

← تولید جفت الکترون–حفره (EHP)



ماده ذاتی (intrinsic)

در نیمه‌هادی ذاتی که یک جسم کاملاً خالص است، تحریک فقط در اثر تحریک حرارتی صورت می‌گیرد.

در هر درجه حرارت داریم $n=p=n_i$

و $n_i=n_i(T)$

بنابراین در یک درجه حرارت معین، نرخ بازترکیب EHPها برابر نرخ تولید EHPها است:

در یک درجه حرارت معین $r_i=g_i$

می‌توان پیش بینی کرد که نرخ بازترکیب الکترون‌ها و حفره‌ها r_i متناسب با غلظت الکترون‌ها n_o و غلظت حفره‌ها p_o در حالت تعادل است:

$$r_i \propto p_o, n_o$$

$$\boxed{r_i = \alpha_r p_o n_o = \alpha_r n_i^2 = g_i}$$

ضریب α_r بستگی به مکانیسم بازترکیب دارد که در قسمتهای آتی مورد بحث قرار خواهد گرفت.

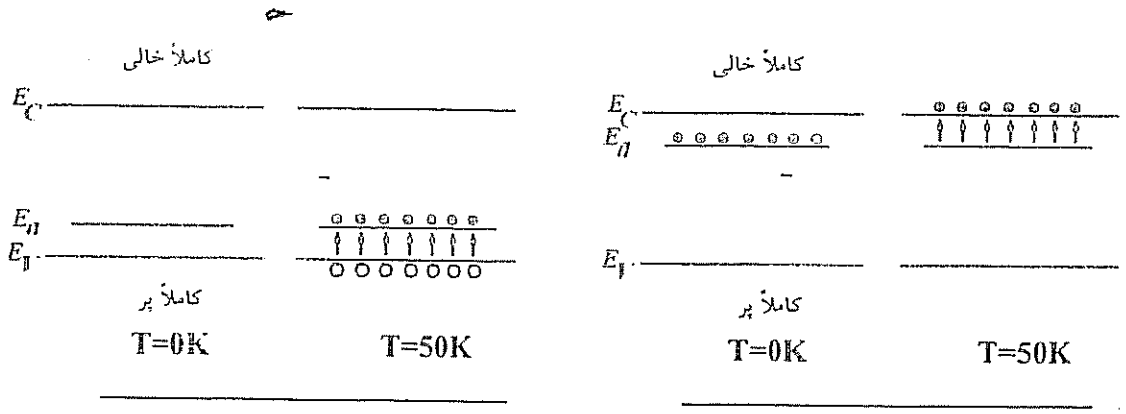
ماده غیر ذاتی (extrinsic)

در یک نیمه‌هادی می‌توان با استفاده از تزریق ناخالصی، که به آن doping گفته می‌شود، حامل‌ها را تولید کرد. نیمه‌هادی حاصل را نیمه‌هادی ذاتی گویند و بر دو نوع می‌باشد:

نیمه‌هادی نوع n- این نوع نیمه‌هادی با افزودن ناخالصی ۵ ظرفیتی از ستون V جدول تناوبی (مانند P، As، Sb) به دست می‌آید و در آن الکترون‌ها اکثریت هستند.

نیمه‌هادی نوع p- این نوع نیمه‌هادی با افزودن ناخالصی 3 ظرفیتی از ستون III جدول تناوبی (مانند B، Als، Ga، In) به دست می‌آید و در آن حفره‌ها اکثریت هستند.

در شکل زیر دو نوع نیمه‌هادی نشان داده شده است.



نوع p
$p_o >> n_i, n_o$

نوع n
$n_o >> n_i, p_o$

شکل- نیمه‌هادی‌های نوع n و p و ترازهای دهنده و گیرنده

پرش (hopping)

در ناخالصی نوع p دیدیم که برای هر اتم یک الکترون کم داریم. عمل انتقال یک الکترون از یک اتم به جای خالی الکترون در اتم مجاور را پرش یا hopping گویند.

محاسبه انرژی الکترون پنجم- در ناخالصی نوع n روی هر اتم یک الکترون اضافی داریم. برای محاسبه انرژی الکترون پنجم می‌توان اتم را یک مغز (core) و یک الکترون در نظر گرفت که انرژی آن الکترون در تراز انرژی پایه $(n=1)$ برابر است با

$$E=\frac{mq^4}{2k^2\hbar^2} \quad , \begin{cases} k=4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \\ m=m_n^* \end{cases}$$

مثال: انرژی الکترون دهنده را برای Ge و GaAs محاسبه کنید.

برای Ge داریم: $(\varepsilon_r=16$ و $m_n^*=0.12m_0)$

$$E=\frac{m_n^* q^4}{8(\varepsilon_0\varepsilon_r)^2 h^2}=1.02\times10^{-21}J=0.0064\ eV$$

بنابراین انرژی لازم برای تحریک الکترون دهنده از حالت n=1 تا حالت آزاد $(n=\infty)$ تقریبا 6meV می‌باشد.

$$\Rightarrow E_c-E_d\approx 6meV$$

به همین ترتیب برای GaAs داریم: $(\varepsilon_r=13.2$ و $m_n^*=0.067m_0)$ بنابراین:

$$E=\frac{m_n^* q^4}{8(\varepsilon_0\varepsilon_r)^2 h^2}=8.34\times10^{-22}J=0.0052\ eV=5.2meV$$

$$\Rightarrow E_c-E_d\approx 5.2meV$$

مفهوم حامل‌های اقلیت و اکثریت

	Ge	Si
$E_c-E_d\ (eV)$	≈ 0.01	$\approx 0.03-0.06$
$E_a-E_v\ (eV)$	≈ 0.01	$\approx 0.03-0.06$

برای تشکیل ناخالصی‌های نوع n و p در نیمه‌هادی مرکب $III-V$:

- n: از ستون VI به جای عنصر ستون V (در اینجا As) قرار داده می‌شود.
- p : از ستون II به جای عنصر III قرار داده می‌شود.
- Si و Ge می‌توانند به عنوان ناخالصی عمل کنند که بسته به اینکه جایگزین کدام عنصر شوند می‌توانند نیمه‌هادی نوع n یا p ایجاد کنند. بنابراین به این عناصر آمفوتر گویند. در

GaAs عموماً Si جای‌گزین Ga می‌گردد؛ مگر در صورتی که در خلال رشد یا سایر مراحل پردازش GaAs، جای خالی As به میزان زیاد تولید شود.

اثر ناخالصی بر هدایت الکتریکی نیمه‌هادی

$$n_i = 10^{10} cm^{-3} \rightarrow n = 10^{15} \bar{N}_d / cm^3$$

$$resistivity \;\; \rho = 2 \times 10^5 \Omega.cm \rightarrow 5\Omega.cm$$

غلظت حامل‌ها:

- برای تحلیل رفتار عناصر الکتریکی دانستن غلظت حامل‌ها ضروری است
- غلظت حامل‌های اکثریت تقریبا معلوم است. (≈ غلظت ناخالصی)
- غلظت حامل‌های اقلیت بخوبی معلوم نیست.
- اثر درجه حرارت و ...

تراز فرمی

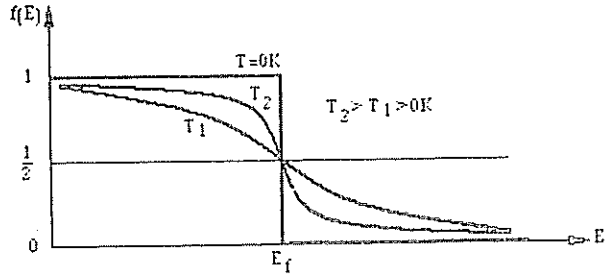
الکترون‌های یک جسم از قواعد آماری فرمی-دیراک تبعیت می‌کنند. می‌توان نشان داد:

تابع توزیع فرمی-دیراک: $f(E) = \dfrac{1}{1+e^{(E-E_F)/kT}}$ *توزیع الکترون در تراز E در حالت تعادل*

تابع توزیع فرمی-دیراک: احتمال اشغال تراز انرژی E توسط الکترون در درجه حرارت T می‌باشد.

- تعریف تراز انرژی فرمی E_F :

$$E = E_F \Rightarrow f(E_F) = \frac{1}{1+e^{(E_F-E_F)/kT}} = \frac{1}{2}$$



نکات:

احتمال پر بودن تراز E از الکترون: $f(E)$

(احتمال وجود حفره در تراز E=)احتمال خالی بودن تراز E از الکترون: $1-f(E)$

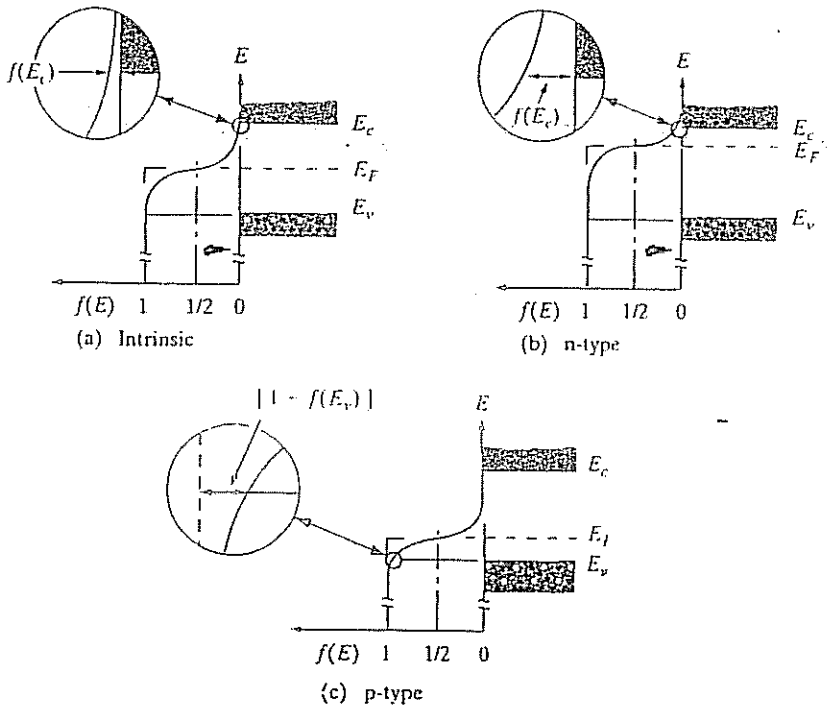
تقارن $f(E+\Delta E)=1-f(E-\Delta E)$

تمرین: نشان دهید که تابع توزیع فرمی-دیراک حول E_F متقارن است.

برای نیمه‌هادی ذاتی، E_F در وسط باند ممنوع قرار دارد.

برای نیمه‌هادی نوع n، E_F به E_C نزدیکتر است.

برای نیمه‌هادی نوع p، E_F به E_V نزدیکتر است.



تابع توزیع فرمی نیمه‌هادی: (a) ذاتی؛ (b) نوع n؛ (c) نوع p.

غلظت الکترون-حفره در حالت تعادل

۱- الکترون

با استفاده از تابع فرمی غلظت الکترون در نوار هدایت در حالت تعادل از رابطه زیر بدست می‌آید.

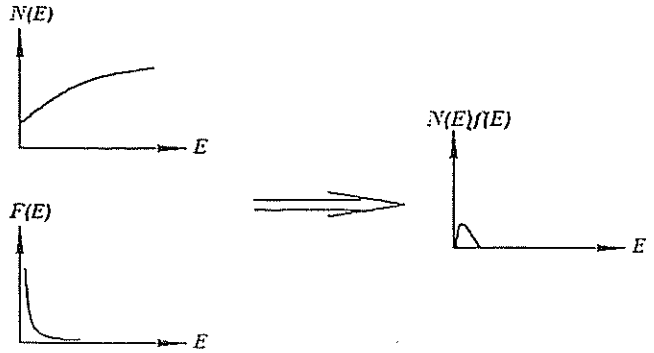
$$n_0 = \int_{E_c}^{\infty} f(E)N(E)dE$$

که در آن $N(E)$ چگالی حالتهای مجاز و $N(E)dE$ چگالی حالتها در محدوده dE می‌باشد.

می‌توان نشان داد:

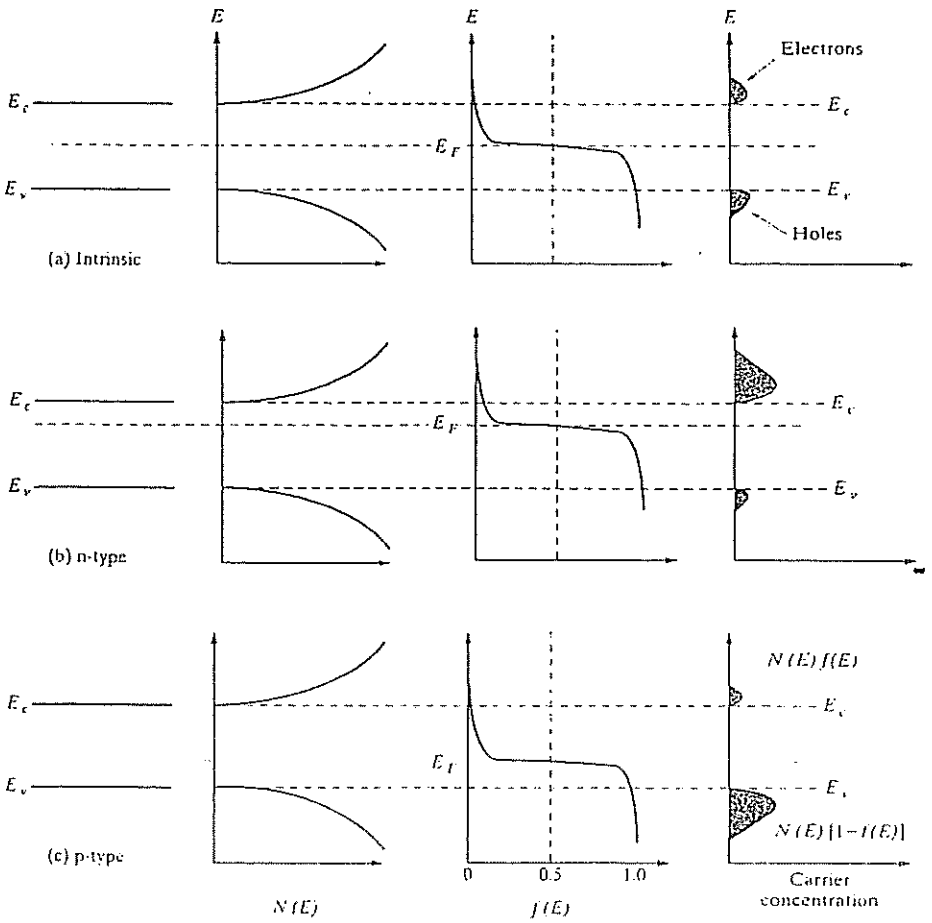
$$N(E)=\frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}}E^{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad N(E)\sim E^{\frac{1}{2}}$$

با کمی دقت می‌توان دید که افزایش $N(E)$ با E با شیب نسبتاً ملایم صورت می‌گیرد، لیکن کاهش $f(E)$ با E بسیار شدید است:



$$E\uparrow \Rightarrow \begin{Bmatrix} N(E)\uparrow \\ f(E)\downarrow\downarrow \end{Bmatrix} \Rightarrow f(E)N(E)\downarrow\downarrow \Rightarrow$$ غلظت الکترونها در بالای نوار هدایت به سرعت کاهش می‌یابند

در شکل زیر نمودار نوار انرژی، تابع توزیع فرمی و غلظت حامل‌ها در نوارهای هدایت و ظرفیت برای یک نیمه‌هادی نشان داده شده است.



در نوار هدایت می‌توان چگالی مؤثر حالتها (N_C) که در لبه نوار هدایت(E_C) قرار دارد را تعریف کرد. با استفاده از تئوری‌های موجود مقدار آن به صورت زیر به دست می‌آید:

چگالی مؤثر حامل‌ها در لبه نوار هدایت
$$N_C = 2\left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

این مقدار چگالی مؤثر حالت‌ها در لبه نوار هدایت مانند این است که تمام حالت‌های الکترون در نوار هدایت را در لبه نوار هدایت متمرکز کرده باشیم.

در این صورت غلظت الکترون در نوار هدایت برابر است با:

$$n_0 = N_c f(E_c)$$

با فرض $E_c - E_f >> kT \Leftarrow$

$$f(E_c) = \frac{1}{1+e^{(E_c-E_f)/kT}} \approx e^{-(E_c-E_f)/kT}$$

در نتیجه:

$$n_0 = N_c e^{-(E_c-E_f)/kT}$$

مشاهده می‌شود که هر چه E_f به E_c نزدیکتر باشد، غلظت الکترونهای آزاد (n_0) بیشتر می‌گردد.

۲- حفره

با تکرار محاسبات فوق برای حفره، غلظت حفره در نوار ظرفیت برابر است با:

$$p_0 = \int_{-\infty}^{E_V} (1 - f(E))N(E)dE$$

$$p_0 = N_V\left[1 - f(E_V)\right]$$

$$1 - f(E_V) = 1 - \frac{1}{1 + e^{(E_V - E_F)/kT}} \approx e^{-(E_F - E_V)/kT}$$

در نتیجه:

$$p_0 = N_V e^{-(E_F - E_V)/kT}$$

که در آن

$$N_V = 2\left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

چگالی مؤثر حفره‌ها در لبه نوار ظرفیت است.

برای نیمه‌هادی ذاتی $E_F \approx E_i$، در نتیجه داریم:

$$n_i = N_C e^{-(E_C - E_i)/kT}$$

$$p_i = N_V e^{-(E_i - E_V)/kT}$$

برای نیمه‌هادی تزریق شده:

$$n_0 p_0 = \left(N_C e^{-(E_C - E_F)/kT}\right)\left(N_V e^{-(E_F - E_V)/kT}\right)$$
$$= N_C N_V e^{-(E_C - E_V)/kT}$$

$$n_0 p_0 = N_C N_V e^{-E_g/kT}$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$n_i p_i = \left(N_C e^{-(E_C - E_i)/kT}\right)\left(N_V e^{-(E_i - E_V)/kT}\right)$$

در نتیجه

$$n_i p_i = N_C N_V e^{-E_g/kT}$$

نتیجه اینکه در نیمه‌هادی ذاتی همواره داریم:

$$n_i = p_i \Rightarrow n_i = \sqrt{N_C N_V}\, e^{-E_g/2kT}$$
$$\Rightarrow n_0 p_0 = n_i^2$$

از طرف دیگر روابط فوق را می‌توان به صورت زیر نیز بازنویسی کرد، که از این جهت که غلظت‌ها را بر حسب موقعیت E_F نسبت E_i نشان می‌دهد بسیار مفید می‌باشند.

$$n_0 = N_C e^{-(E_C - E_F)/kT}$$
$$p_0 = N_V e^{-(E_F - E_V)/kT}$$

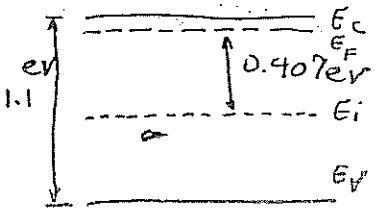
$$n_i = N_C e^{-(E_C - E_i)/kT} \Rightarrow N_C = n_i e^{(E_C - E_i)/kT} \Rightarrow n_0 = n_i e^{(E_C - E_i)/kT} e^{-(E_C - E_F)/kT}$$
$$p_i = N_V e^{-(E_i - E_V)/kT} \Rightarrow N_V = p_i e^{(E_i - E_V)/kT} \Rightarrow p_0 = p_i e^{(E_i - E_V)/kT} e^{-(E_F - E_V)/kT}$$

$$\boxed{\begin{aligned} n_0 &= n_i e^{-(E_F - E_i)/kT} \\ p_0 &= n_i e^{-(E_i - E_F)/kT} \end{aligned}}$$

مثال: موقعیت تراز فرمی را نسبت به تراز ذاتی برای نمونه زیر تعیین کنید:

$$Si,\ N_d = 10^{17}\, As/cm^3 \Rightarrow p_0 = ?,\ E_F - E_i = ?$$

حل:



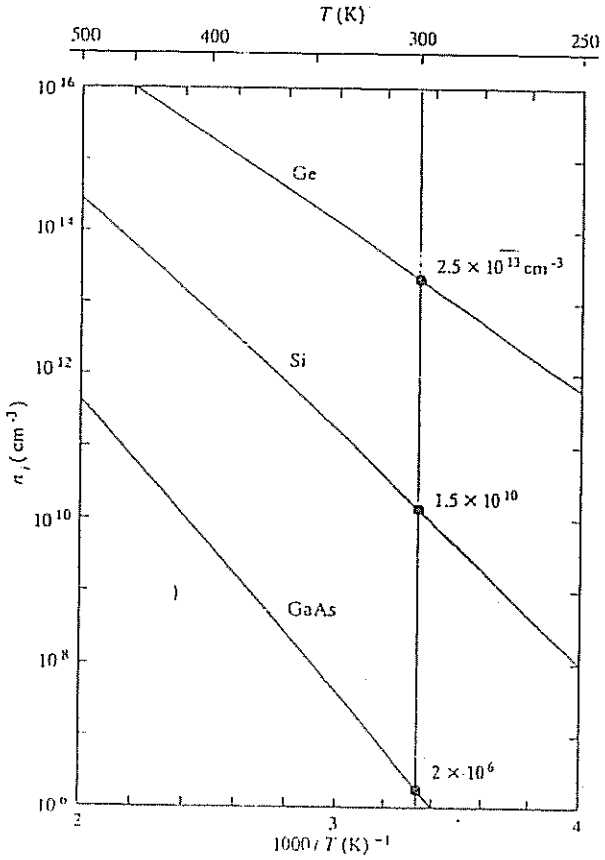
$$N_d >> n_i \Rightarrow n_0 \approx N_d$$
$$\Rightarrow p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = 2.25 \times 10^3\, cm^{-3}$$
$$E_F - E_i = kT \ln \frac{n_0}{n_i} = 0.0259 \ln \frac{10^{17}}{1.5 \times 10^{10}} = 0.407\, eV$$

وابستگی غلظت حامل‌ها به درجه حرارت:

از تلفیق روابط فوق بدست می‌آید:

$$n_i(T) = 2\left(\frac{2\pi kT}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} \left(m_n^* m_p^*\right)^{\frac{3}{4}} e^{-E_g/2kT}$$

این منحنی در شکل زیر ترسیم شده است.



منحنی وابستگی غلظت حامل‌ها به درجه حرارت که در آن از جمله $T^{3/2}$ صرفنظر شده است.

خنثی بودن ناحیه بار

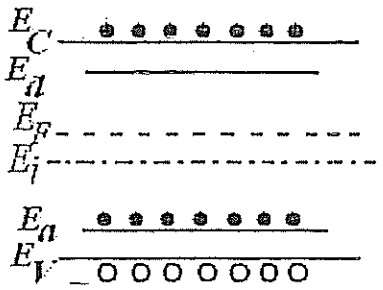
اگر به یک نیمه‌هادی هم ناخالصی دهنده (n) و هم گیرنده(p) اضافه شده باشد، با توجه به خنثی بودن بار نیمه‌هادی، مجموع بارهای مثبت و منفی درون نیمه‌هادی با هم برابرند و داریم:

$$p_0 + N_d^+ = n_0 + N_a^-$$
$$\Rightarrow n_0 = p_0 + \left(N_d^+ - N_a^-\right)$$

اگر $n_0 >> p_0$ بوده و تمام اتمها یونیزه شده باشند، داریم:

$$n_0 = N_d - N_a$$

با استفاده از این مفهوم خنثی سازی حامل‌ها، می‌توان از یک نیمه‌هادی نوع n (برای مثال) شروع کرد و با افزودن اتم‌های گیرنده آن را ابتدا به ذاتی و سپس به نوع p تبدیل کرد. این روش در ساخت مدارهای مجتمع کاربرد فراوانی دارد.



افزودن هر دو نوع حامل به یک نیمه‌هادی. در اینجا غلظت ناخالصی دهنده بیشتر است و بنابراین تراز فرمی بالاتر از تراز ذاتی قرار گرفته است ($N_d > N_a \Rightarrow E_F > E_i$).

دریفت (رانش) حامل‌ها در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی

- دانستن غلظت حامل‌ها برای محاسبه جریان لازم است.
- تأثیر برخورد حامل‌های بار با لیتس و ناخالصی‌ها را بایستی مد نظر داشت.
- تأثیر درجه حرارت

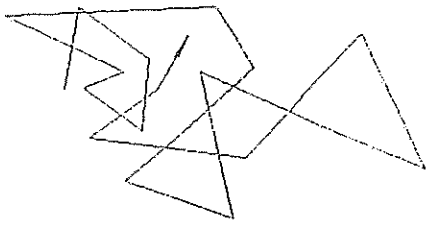
این پارامترها بر میزان راحتی حرکت الکترون و حفره و به عبارت دیگر بر روی قدرت مانور حامل‌ها در شبکه و به عبارت دیگر

"تحرک حامل‌ها"

تأثیر می‌گذارند.

هدایت و تحرک

- حتی در حالت تعادل حرارتی حامل‌ها در حال حرکت دائمی هستند.



حرکت حامل‌ها درون نیمه‌هادی

- حرکت ذرات به طور تصادفی است.
- ⇐ جریان خالص $n\,(electron/cm^3)$ صفر است.

اعمال میدان الکتریکی

تحت تاثیر میدان الکتریکی E_x که در جهت x اعمال می‌شود:

میدان: $+\ E_x\ -$

نیرو f: $\longleftarrow e$

نیروی وارد بر هر الکترون $= -qE_x$

دو عامل بر حرکت الکترونها تأثیر اساسی دارند: میدان الکتریکی و برخورد ذرات

اثر میدان:

اگر P_x اندازه حرکت کل در جهت x باشد، نیروی وارد بر $n\,(electron/cm^3)$ عبارت است از:

$$-nqE_x = \left.\frac{dP_x}{dt}\right|_{field} \qquad (۱)$$

به نظر می‌رسد الکترون در جهت x دارای شتاب می‌گردد، لیکن این طور نیست زیرا این شتاب با شتاب ناشی از برخورد ذرات خنثی می‌گردد.

اثر برخورد:

از طرفی الکترونها تحت تاثیر برخورد قرار دارند که در جهت مخالف فوق عمل می‌کنند. برای محاسبه اثر آن می‌توان در نظر گرفت که:

سرعت کاهش تعداد الکترون‌ها در زمان t یعنی $N(t)$، متناسب با تعداد الکترون‌هایی است که هنوز بوخورد نکرده‌اند، پس:

$$\frac{dN(t)}{dt} \sim N(t) \Rightarrow \frac{-dN(t)}{dt} = \frac{1}{\tau} N(t)$$

علامت منفی بیانگر کاهش تعداد الکترونها در اثر برخورد می‌باشد.

در نتیجه:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

که در آن N_0 تعداد الکترون‌ها در زمان $t=0$ می‌باشد.

پارامتر τ را زمان آزادی متوسط، mean free time، گویند.

با توجه به مطالب فوق، چگالی جریان را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{dt}{\tau} = \text{احتمال اینکه یک الکترون در مدت } dt \text{ یک برخورد داشته باشد}$$

اندازه حرکت قبل از برخورد × احتمال برخورد=تغییر (کاهش) اندازه حرکت

$$\text{تغییر اندازه حرکت به دلیل برخورد} \Rightarrow dP_x = -P_x \frac{dt}{\tau}$$

$$\Rightarrow \left.\frac{dP_x}{dt}\right|_{collision} = -\frac{P_x}{\tau} \qquad (۲)$$

در حالت تعادل مجموع عبارات فوق برابر صفر است در نتیجه:

$$-\frac{P_x}{\tau} - nqE_x = 0 \qquad ① و ②$$

$$\Rightarrow \text{متوسط اندازه حرکت الکترون } \langle P_x \rangle = \frac{P_x}{n} = -q\tau E_x$$

از این رابطه نتیجه می‌گیریم که الکترون‌ها در مجموع دارای سرعت خالصی در جهت x- می‌باشند.

$$\text{متوسط سرعت خالص در جهت x- (دریفت)} \langle v_x \rangle = \frac{\langle P_x \rangle}{m_n} = -\frac{q\tau}{m_n} E_x$$

به علاوه:

$$\text{چگالی جریان } J_x = -qn\langle V_x \rangle$$

$$\frac{ampere}{cm^2} = \frac{coloumb}{electron} \times \frac{electron}{cm^3} \times \frac{cm}{s}$$

$$\Rightarrow J_x = \frac{nq^2\tau}{m_n^*} E_x$$

و یا

$$\Rightarrow J_x = \sigma E_x$$

که در آن $\sigma = \frac{nq^2\tau}{m_n^*}$ هدایت الکتریکی بوده و می‌توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$\sigma = qn\mu_n$$

که در آن

$$\mu_n = \frac{q\tau}{m_n^*}$$

بیانگر تحرک یا موبیلیته الکترون بوده و پارامتر بسیار مهمی در توصیف رفتار نیمه‌هادی است.

باتوجه به اینکه از طرف دیگر داریم $\mu_n = \frac{\langle V_x \rangle}{E_x}$ واحد پارامتر تحرک عبارت است از $\frac{cm^2}{V-s}$.

در نتیجه جریان ناشی از الکترون را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$J_x = qn\mu_n E_x$$

با تکرار محاسبات فوق برای حفره، جریان کل بدست می‌آید:

$$J_x = q(n\mu_n + p\mu_p)E_x = \sigma E_x$$

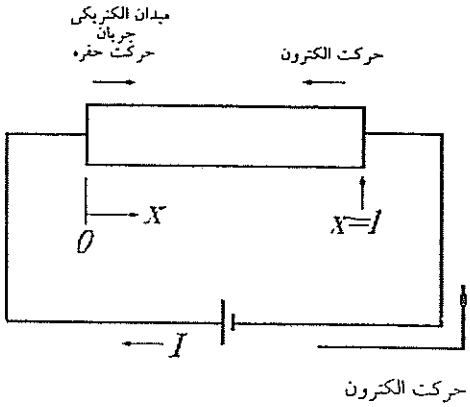
بحث:

$$\text{انحنای نوار هدایت} \uparrow \Rightarrow m_n^* \downarrow \Rightarrow \mu_n \uparrow$$

τ به درجه حرارت و غلظت ناخالصی بستگی دارد.

<u>دریفت از دیدگاه ماکروسکپی و مقاومت</u>

یک میله نیمه‌هادی به طول l و عرض t و ضخامت w در نظر بگیرید.



مقاومت قطعه برابر است با:

$$R = \frac{\rho L}{wt} = \frac{L}{wt}\frac{1}{\sigma}$$

اتصال ناهمی به نیمه‌هادی به صورت سورس و سینک‌های کامل برای هر دو نوع حامل عمل می‌کند و تمایلی برای تزریق با انباشت الکترون و حفره ندارد.

جریان الکترون

در سیم رابط جریان الکتریکی توسط الکترون جریان می‌یابد.

به ازای هر الکترون که از سمت چپ نیمه‌هادی خارج می‌شود یک الکترون از سمت راست ($x=L$) وارد آن می‌گردد.

جریان حفره

وقتی حفره به سمت راست میله ($x=L$) می‌رسد با یک الکترون که از مدار خارجی تأمین می‌شود بازترکیب می‌شود. به محض از بین رفتن این حفره می‌بایست در $x=0$ یک حفره تولید شود تا خنثی بودن فضای بار حفظ گردد.

در واقع این حفره با تولید EHP در $x=0$ بوجود می‌آید که حفره به داخل نیمه‌هادی و الکترون به مدار خارجی وارد می‌شود.

مثال: مقاومت ویژه ژرمانیم ذاتی را در 300K محاسبه کنید.

حل: داریم $\mu_n = 3900,\ \mu_p = 1900\ cm^2/V.s$

بنابراین

$$\sigma_i = q(\mu_n + \mu_p)n_i = 1.6\times10^{-19}(5800)(2.5\times10^{13}) = 2.32\times10^{-2}\ (\Omega.cm)^{-1}$$

$$\rho_i = \sigma^{-1} = 43\ \Omega.cm$$

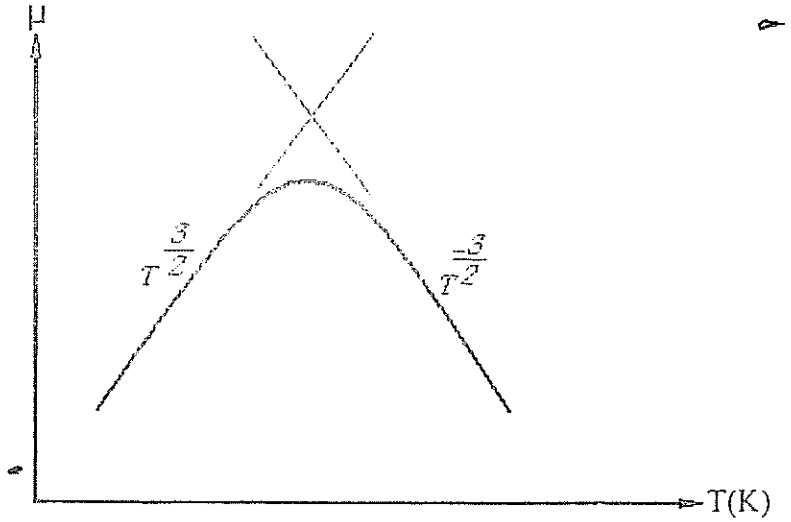
اثر درجه حرارت و تزریق بر روی تحرک:

لرزش‌های اتم در کریستال **فونون** نامیده می‌شود. با افزایش درجه حرارت، تحرک ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. در شکل زیر منحنی تحرک بر حسب درجه حرارت در مقیاس لگاریتمی (log-log) رسم شده است.

در درجه حرارت‌های پایین، هر چه دما کمتر شود حرکت حامل‌ها کندتر می‌شود و شدت متفرق شدن حامل‌ها افزایش می‌یابد. در این حالت پراش (پراکنش) حامل‌ها عمدتاً توسط ناخالصی‌های موجود در شبکه مدیریت می‌شوند زیرا شبکه خنک است و لرزش (فونون) کمی دارد و بنابراین پراش فونون اهمیت کمی دارد. در نتیجه با کاهش درجه حرارت، تحرک (موبیلیته) حامل‌ها کاهش می‌یابد.

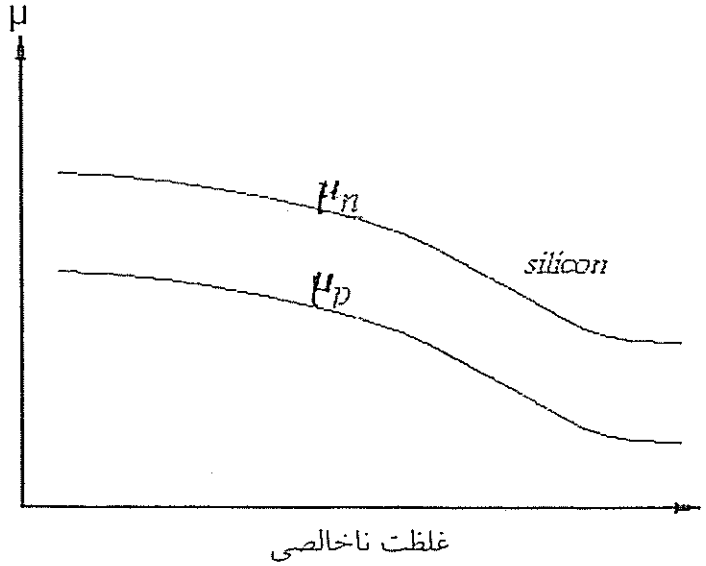
در درجه حرارت‌های بالا، با افزایش دما لرزش شبکه (فونون) بیشتر می‌شود و در نتیجه پارامتر تحرک کاهش می‌یابد.

بر این اساس تحرک در درجه حرارت‌های پایین کنترل شده با غلظت ناخالصی است (پراش ناخالصی) و در درجه‌حرارت‌های بالا کنترل شده با فونون (پراش فونون) است.



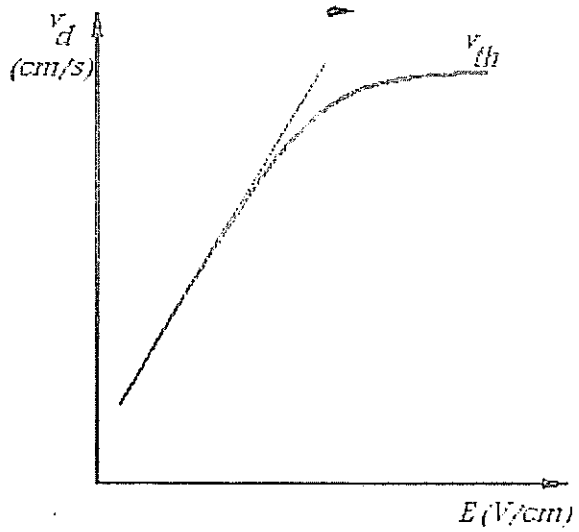
قابلیت تحرک بر حسب درجه حرارت در مقیاس log-log

اثر ناخالصی- با افزایش غلظت ناخالصی، تحرک مطابق شکل زیر کاهش می‌یابد.



قابلیت تحرک بر حسب غلظت ناخالصی در مقیاس log-log

اثر میدان‌های قوی: در میدان‌های بزرگ جریان تقریباً ثابت است.

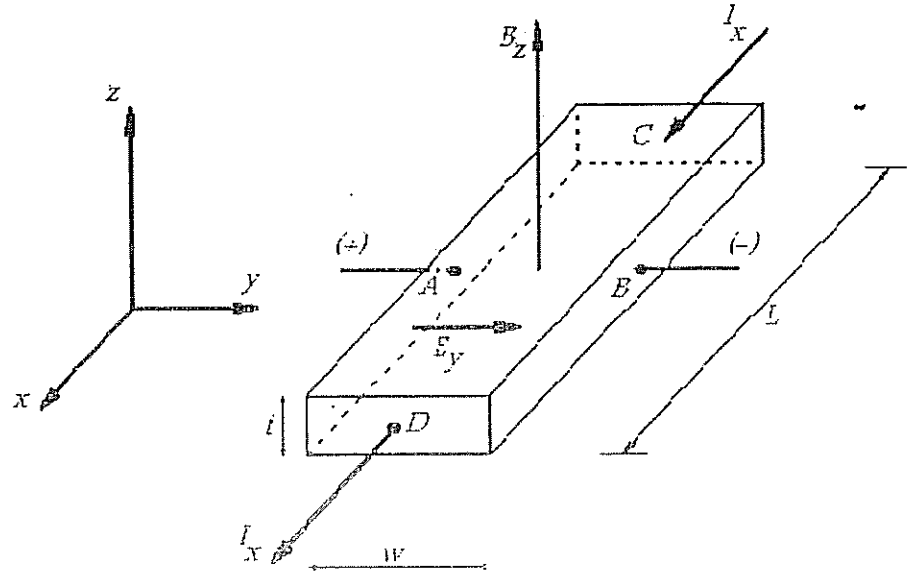


سرعت حامل بر حسب میدان الکتریکی در مقیاس log-log. در ناحیه خطی $v_d=\mu E$.

اثر هال Hall effect

با استفاده از آزمایش هال هم نوع نیمه‌هادی و هم غلظت حامل‌ها مشخص می‌شوند.

یک میله نیمه‌هادی نوع p را در نظر بگیرید. اگر یک میدان مغناطیسی در جهت عمود بر جهت حرکت حفره‌ها (جهت z) به میله اعمال شود، مسیر حرکت حفره‌ها طبق قانون دست راست به سمت چپ (جهت y-) کج می‌شود.



حال برای خنثی کردن اثر میدان مغناطیسی، یک میدان الکتریکی در جهت y به طرفین AB اعمال می‌کنیم. در حضور میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی نیروی وارد بر یک حفره عبارت است از:

$$\overline{F} = q\left(\overline{E} + \overline{V} \times \overline{B}\right)$$

نیروی وارده در جهت y برابر است با:

$$F_y = q\left(E_y - V_x B_z\right)$$

ملاحظه می‌شود که اگر یک میدان درجهت E_y برقرار نشود، هر حفره نیروی خالصی به میزان qV_xB_z در جهت y- تجربه می‌کند. لذا برای عبور پایدار جریان در طول میله بایستی میدان الکتریکی E_y برابر همین مقدار را اعمال کرد تا اثر میدان مغناطیسی را خنثی کند.

$$\begin{cases} E_y = V_x B_z \\ \Rightarrow V_{ab} = E_y W \end{cases} \quad Fy=0 \rightarrow$$

پیدایش میدان الکتریکی E_y را **اثر هال** و V_{ab} را **ولتاژ هال** می‌نامند.

$$J_x = +qp\langle V_x \rangle \Rightarrow E_y = \frac{J_x}{qp_0} B_z$$
$$\Rightarrow E_y = R_H J_x B_z$$

که در آن پارامتر R_H ضریب هال نامیده می‌شود.

$$R_H = \frac{1}{qp_0}$$

با اندازه‌گیری ضریب هال می‌توان غلظت حامل‌ها را به طور دقیق از رابطه زیر مشخص کرد.

$$p_0 = \frac{1}{qR_H} = \frac{J_x B_z}{qE_y} = \frac{(J_x/wt)B_z}{q(V_{AB}/w)} = \frac{I_x . B_z}{qtV_{AB}}$$

به همین ترتیب می‌توان مقاومت ویژه را نیز بدست آورد:

$$\rho(\Omega.cm) = \frac{Rwt}{L} = \frac{V_{CD}/I_x}{L/wt}$$

همینطور موبیلیته نیز چنین بدست می‌آید:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = q\mu_p p_0 \Rightarrow \mu_p = \frac{\sigma}{qp_0} = \frac{1/\rho}{q\left(\frac{1}{qR_H}\right)} = \frac{R_H}{p}$$

همین محاسبات را می‌توان برای نیمه‌هادی نوع n نیز تکرار کرد. با این تفاوت که برای الکترون علامت بار - است (q-) و ولتاژ هال (V_{AB}) و ضریب هال (R_H) منفی می‌باشند.

با آزمایش هال هم نوع نیمه‌هادی و هم غلظت حامل‌ها مشخص می‌شوند.

مثال: یک نمونه Si را در نظر بگیرید که در آن داریم:

$$n = 10^{17}\ phosphorous / cm^3$$
$$t = 100\mu m, I_x = 1mA, B_z = 1kG = 10^{-6} Wb / cm^2$$

مطلوب است تعیین هدایت ویژه (ρ) و ولتاژ هال (V_{AB}) برای این قطعه.

حل: برای سیلیکن داریم:

$$\mu_n = 700cm^2 / V.s \quad at \quad n = 10^{17} cm^{-3}$$

با صرفنظر از p_0 :

$$\sigma = q\mu_n n_n = 1.6\times10^{-19}\times700\times10^{17} = 11.2\ (\Omega.cm)^{-1}$$
$$\rho = \frac{1}{\sigma} = 0.0893\ (\Omega.cm)$$

$$R_H = \frac{-1}{qn_0} = -62.5\ cm^3/C$$

$$V_{AB} = \frac{I_x.B_z}{t} R_H = \frac{10^{-3} \times 10^{-5}}{10^{-2}} \times (-62.5) = -62.5\ \mu V$$

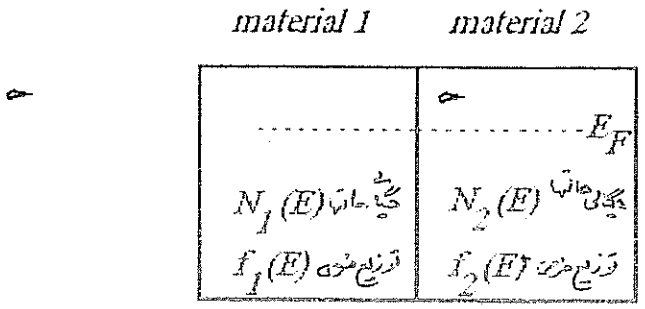
ثابت بودن تراز فرمی در حالت تعادل

(شیمی)

قضیه: در حالت تعادل هیچگونه ناپیوستگی یا تغییری نمی‌تواند در تراز فرمی E_F وجود داشته باشد.

یک جسم مرکب از دو ماده متفاوت (۱) و (۲)، و یا یک جسم که در آن غلظت ناخالصی در دو ناحیه مجاور متفاوت است را در نظر بگیرید. در حالت تعادل سرعت انتقال ذرات از (۱) به (۲) با سرعت انتقال از (۲) به (۱) برابر می‌باشد.

شکل زیر را در نظر بگیرید که در آن $N(E)$ چگالی ماده و $f(E)$ تابع فرمی می‌باشد.



می‌توان گفت که:

تعداد حالتهای خالی در E در ۲ × تعداد حالتهای پر در E در ۱ ∝ سرعت انتقال از ۱ به ۲

تعداد حالتهای خالی در E در ۱ × تعداد حالتهای پر در E در ۲ ∝ سرعت انتقال از ۲ به ۱

به بیان دیگر:

سرعت انتقال از ۱ به ۲ $\propto N_1(E).f_1(E).N_2(E)[1-f_2(E)]$

سرعت انتقال از ۲ به ۱ $\propto N_2(E).f_2(E).N_1(E)[1-f_1(E)]$

در نتیجه در حالت تعادل داریم:

$$N_1(E).f_1(E).N_2(E)[1-f_2(E) = N_2(E).f_2(E).N_1(E)[1-f_1(E)]$$

از ساده کردن این رابطه بدست می‌آید:

$$N_1(E)f_1(E).N_2(E) - N_1(E)f_1(E).N_2(E)f_2(E) = N_2(E)f_2(E).N_1(E) - N_2(E)f_2(E).N_1(E)f_1(E)$$

که حاصل آن عبارت است از:

$$f_1(E) = f_2(E) \Rightarrow$$
$$\left[1 + e^{(E-E_{F1})/kT}\right]^{-1} = \left[1 + e^{(E-E_{F2})/kT}\right]^{-1}$$

بنابراین نتیجه می‌گیریم:

$$E_{F1} = E_{F2}$$

از تعمیم این نتیجه بدست می‌آید:

در حالت تعادل: $\frac{dE_F}{dx} = 0$

فصل چهارم

حامل‌های اضافی در نیمه‌هادی

در فصل قبل دیدیم که در حالت تعادل حرارتی، جفت الکترون-حفره (EHP) تولید می‌شود که گرچه تعداد آن‌ها قابل ملاحظه است لیکن اولاً هنوز چگالی آن برای کاربردهای عملی کافی نیست و ثانیاً این الکترون-حفره‌های حرارتی در عمل قابل مدیریت نیستند.بر این اساس بسیاری از ادوات نیمه‌هادی بر اساس تولید حامل‌های اضافه بر مقادیر تعادل حرارتی عمل می‌کنند.

روشهای تولید الکترون اضافی:

- تحریک نوری
- بمباران الکترونی
- تزریق از طریق پیوند pn

در این فصل ویژگی‌های مهم مرتبط با حامل‌های اضافی به طور کلی مورد بحث قرار می‌گیرد. از آن جمله مطالب زیر مورد توجه خواهد بود:

- جذب نوری
  - تشعشع
  - هدایت ویژه نوری
- بازترکیب جفت الکترون-حفره و به دام افتادن حامل‌ها
- مکانیسم دیفیوژن حامل‌ها که به همراه مکانیسم دریفت یک مکانیسم اساسی در هدایت جریان می‌باشد.

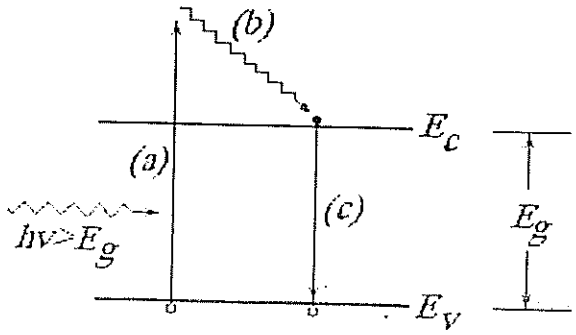
جذب نوری: یکی از روش‌های تولید حامل‌های اضافی در نیمه‌هادی‌ها است که از آن برای اندازه‌گیری نوار ممنوع استفاده می‌شود.

حالت اول: اگر انرژی نور تابیده شده به نیمه‌هادی بیشتر از گاف انرژی نیمه‌هادی باشد، تحریک نوری رخ می‌دهد و سه پدیده متوالی اتفاق می‌افتد، که در شکل زیر نشان داده شده است.

a- الکترون تحریک می‌شود (تولید-EHP).

b- الکترون تحریک شده انرژی خود را به شبکه می‌دهد تا به تعادل حرارتی برسد.

c- الکترون با حفره در نوار ظرفیت بازترکیب می‌شود.



جذب نور یک فوتون با $h\upsilon > E_g$

- الکترون-حفره‌هایی که به روش فوق تولید می‌شوند *حامل‌های اضافی* (excess carrier) نامیده می‌شوند زیرا در حالت تعادل با محیط خود نیستند و در نهایت بازترکیب می‌شوند.
- تا زمانی که حامل‌های اضافی در نوارهای انرژی متناظر وجود دارند، می‌توانند آزادانه در هدایت الکتریکی جسم شرکت کنند.

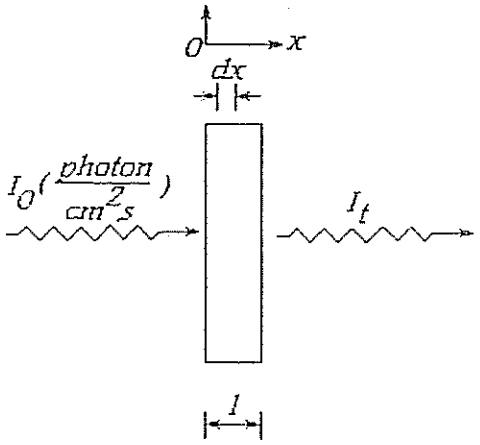
حالت دوم: اگر انرژی نور تابیده شده به نیمه‌هادی کوچکتر از گاف انرژی نیمه‌هادی باشد، بدون اینکه تحریک نوری صورت گیرد، نور تابیده شده از نیمه‌هادی عبور می‌کند. در واقع نیمه‌هادی در مقابل چنین نوری به صورت یک جسم شفاف عمل می‌کند.

بنابراین:

$$\left.\begin{array}{l} h\upsilon > E_g \Rightarrow photon\ absorption \\ h\upsilon < E_g \Rightarrow negligible\ absorption \end{array}\right\} \Rightarrow E_g \text{ اندازه‌گیری}$$

محاسبات جذب نور

اگر یک نور تک‌رنگ با طول موج λ به جسمی بتابد با توجه به ساختار جسم، بخشی از نور جذب و بخش دیگری از جسم عبور می‌کند.



نسبت نور گذرنده از جسم به نور وارد شونده به آن به ضخامت نمونه و طول موج فوتون نوری بستگی دارد.

$$\text{طول موج فوتون و ضخامت نمونه} \propto \frac{\text{نور گذرنده}}{\text{نور واردشونده}}$$

چون فوتون دارای حافظه نیست که چه مسافتی را طی کرده است، می‌توان گفت:

احتمال جذب نور در فاصله دیفرانسیلی dx در هر نقطه از نمونه ثابت است و به موقعیت مکانی dx بستگی ندارد.

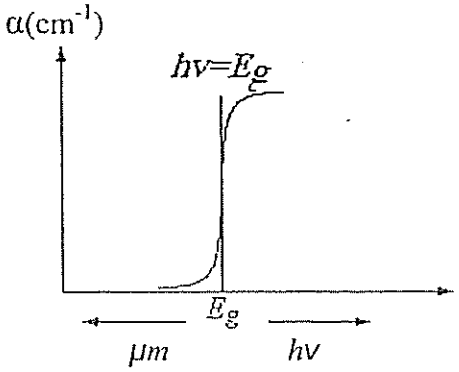
در نتیجه می‌توان نتیجه گرفت که:

(میزان کاهش شدت نور در dx) $\propto$ (شدت نور در x)

و از آنجا:

$$\frac{-dI_x}{dx} = \alpha I(x) \Rightarrow I(x) = I_0 e^{-\alpha x} \Rightarrow I_t = I_0 e^{-\alpha l}$$

که در آن α ضریب جذب برحسب cm^{-1} بوده و بستگی به طول موج نور و جنس ماده دارد. منحنی ضریب جذب بر حسب انرژی فوتون (و یا طول موج نور) به طور نوعی در شکل زیر رسم شده است که نشان می‌دهد میزان جذب در مقادیر انرژی بالاتر از E_g شدیداً افزایش می‌یابد. ملاحظه می‌شود که این منحنی، ارزیابی بسیار خوبی از گاف انرژی نیمه‌هادی ارائه می‌دهد.



که در آن

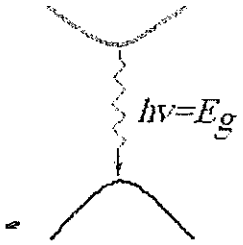
$$\lambda = \frac{hc}{E_g} = \frac{1.24\ (\mu m)}{E_g\ (eV)}$$

تشعشع (پرتودهی)[1]: وقتی حامل‌های تحریک شده، از نوار هدایت به نوار ظرفیت برمی‌گردند (حالت تعادل)، نور می‌تواند ساطع شود. خاصیت انتشار نور را تشعشع گویند. تشعشع در سه نوع دسته‌بندی می‌شود:

- photoluminescence: حامل‌ها با جذب نوری تحریک می‌شوند.
- cathodoluminescence: حامل‌ها با بمباران الکترونی جسم تحریک می‌شوند.
- electroluminescence: حامل‌ها با اعمال جریان به جسم تحریک می‌شوند.

Photoluminescence خود به دو گونه تظاهر می‌یابد.

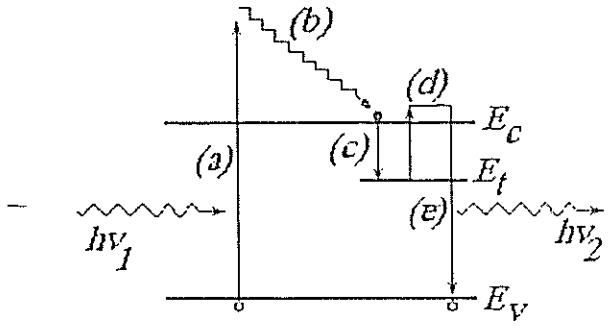
- fluorescence:: در جسم با بازترکیب مستقیم رخ می‌دهد که در آن سرعت بازترکیب خیلی زیاد است ($10^{-8}s$).



بازترکیب مستقیم

- phosphorescence: در بازترکیب کند صورت می‌گیرد که انتشار برای چند ثانیه یا چند دقیقه پس از تحریک ادامه می‌یابد. این نوع اجسام دارای تراز تله (trap) می‌باشند. تراز تله می‌تواند ناشی از ناخالصی باشد که تمایل به شکار الکترون دارد (شکل زیر).

[1] *luminescence*



پدیده فسفرسان در ۵ مرحله مختلف رخ می‌دهد:

a) جذب نور $h\upsilon_1$: تولید EHP

b) الکترون بخشی از انرژی خود را به شبکه می‌دهد تا اینکه به E_c نزدیک شود

c) الکترون در تراز ناخالصی E_t به دام می‌افتد (trap)

d) الکترون مجدداً با تحریک حرارتی به نوار هدایت برود

e) بازترکیب مستقیم رخ داده و فوتون $h\upsilon_2$ را منتشر می‌کند ($h\upsilon_2 \approx E_g$)

پدیده به دام‌اندازی (trap) ممکن است در چند مرحله رخ دهد که سبب می‌شود نور برای مدت طولانی پس از قطع تحریک همچنان منتشر شود.

مثال: قطعه‌ای از یک نیمه‌هادی GaAs (بازترکیب مستقیم) با ضخامت $0.46\,\mu m$ با یک نور تکرنگ $h\upsilon = 2\,eV$ مورد تابش واقع می‌شود. توان نور تابیده شده $10\,mW$ و $\alpha = 5\times10^4\,cm^{-1}$ می‌باشد.

۱- انرژی کل جذب شده توسط سمپل در هر ثانیه چقدر است (بر حسب J/s)؟

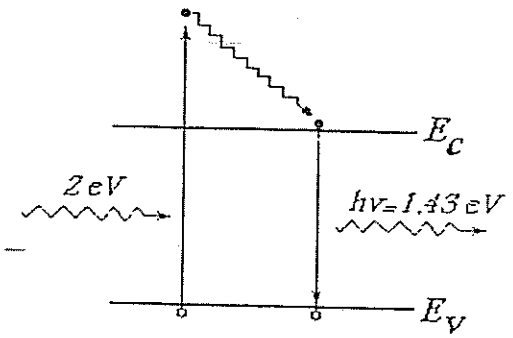
۲- سرعت تحویل انرژی حرارتی اضافی به شبکه توسط الکترون قبل از بازترکیب را بدست آورید (J/s).

۳- تعداد فوتونها در ثانیه که از طریق بازترکیب منتشر می‌شوند را با فرض راندمان کامل محاسبه کنید.

حل: ۱-

$$I_t = I_0 e^{-\alpha l} = 10^{-2}\exp(-5\times10^4\times0.46\times10^{-4}) = 10^{-2}e^{-2.3} = 10^{-3}W = 1\,mW$$

$$\Rightarrow \text{توان جذب شده} = 10 - 1 = 9\,mW = 9\times10^{-3}\,J/s$$



-۲

$$\text{درصد انرژی که به گرما تبدیل می‌شود (برای هر فوتون)} = \frac{2eV - 1.43eV}{2eV} = 0.285 = 28.5\%$$

$$\Rightarrow \text{مقدار انرژی تبدیل شده به گرما در هر ثانیه} = 0.285 \times 9 \times 10-3 = 2.57 \times 10-3 J/s = 2.57 mW$$

۳-با فرض اینکه به ازای هر فوتون جذب شده، یک فوتون منتشر می‌شود (راندمان صددرصد):

$$\text{تعداد فوتونها در ثانیه در عمل بازترکیب} = \frac{9 \times 10^{-3} J/s}{1.6 \times 10^{-19} J/eV \times 2eV/photon} = 2.81 \times 10^{16} photon/s$$

یا به طریق دیگر:

$$\text{تشعشع ناشی از بازترکیب} = 9 - 2.57 = 6.43mW \quad @1.43\text{eV/photon}$$

$$\Rightarrow \frac{6.43 \times 10^{-3} J/s}{1.6 \times 10^{-19} J/eV \times 1.43eV/photon} = 2.81 \times 10^{16} photon/s$$

طول عمر حامل‌ها و هدایت نوری (photoconductivity)

با تولید الکترون-حفره اضافی در یک نیمه‌هادی، هدایت الکتریکی سمپل زیاد می‌شود:

$$J_x = q(n\mu_n + p\mu_p)E_x$$
$$\sigma = q(n\mu_n + p\mu_p)$$

اگر حامل‌های اضافی با تحریک نوری تولید شوند افزایش هدایت الکتریکی را هدایت نوری(photoconductivity) گویند.

بازترکیب مستقیم الکترون و حفره

در بازترکیب مستقیم احتمال بازترکیب الکترون-حفره مستقل از زمان و ثابت است و باز ترکیب به صورت خودبه‌خودی صورت می‌گیرد.

تعداد الکترونها (حفره‌های) باقی‌مانده در لحظه t ∝ نرخ کاهش الکترونها (حفره‌ها) در یک زمان مشخص t

نرخ بازترکیب - نرخ تولید حرارتی = نرخ خالص تغییر غلظت الکترونهای نوار هدایت ⇒

$$\frac{dn(t)}{dt} = \alpha_r n_i^2 - \alpha_r n(t)p(t)$$

فرض کنید الکترون–حفره‌های اضافی در لحظه t توسط یک اشعه نوری تولید شود و مقادیر اولیه الکترون–حفره اضافی به قرار زیر باشد:

Δn = غلظت الکترون اضافی اولیه

Δp = غلظت حفره اضافی اولیه

به طوری که:

$$\Delta n = \Delta p$$

از آنجا که الکترون–حفره بصورت جفتی بازترکیب می‌شوند:

غلظت لحظه‌ای حفره‌های اضافی = غلظت لحظه‌ای الکترونهای اضافی

$$\delta n(t) = \delta p(t)$$

در نتیجه در هر لحظه داریم:

$$n(t) = n_0 + \delta n(t)$$
$$p(t) = p_0 + \delta p(t)$$

و از آنجا:

$$\frac{d\delta n(t)}{dt} = \alpha_r n_i^2 - \alpha_r \left[n_0 + \delta n(t)\right]\left[p_0 + \delta p(t)\right]$$

که پس از ساده کردن به معادله دیفرانسیل غیرخطی زیر منجر می‌شود:

$$\frac{d\delta n(t)}{dt} = -\alpha_r \left[(n_0 + p_0)\delta n(t) + \delta n^2(t)\right]$$

در حالت تزریق کم low-level injection معادله فوق ساده می‌شود، زیرا:

۱) از $\delta n^2(t)$ صرفنظر می‌شود.

۲) ضمناً در صورت تزریق می‌توان از حامل‌های اقلیت صرفنظر کرد.

مثلاً برای نیمه‌هادی نوع p داریم $p_0 >> n_0$ در نتیجه:

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta n(t)}{dt} = -\alpha_r p_0 \delta n(t) \\ \delta n(t)\big|_{t=0} = \Delta n \end{cases}$$

که پاسخ معادله دیفرانسیل با توجه به شرط اولیه داده شده به صورت زیر می‌باشد:

$$\Rightarrow \delta n(t) = \Delta n e^{-\alpha_r p_0 t} = \Delta n e^{-t/\tau_n}$$

که در آن $\tau_n = (\alpha_r p_0)^{-1}$ طول عمر بازترکیب یا طول عمر حامل‌های اقلیت نامیده می‌شود که در حالت کلی‌تر به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\tau_n = \frac{1}{\alpha_r (n_0 + p_0)}$$

به همین ترتیب طول عمر حفره‌ها نیز مشخص خواهد شد.

$$\tau_p = (\alpha_r p_0)^{-1}$$

در بازترکیب مستقیم می‌توان گفت:

سرعت کاهش حامل‌های اقلیت = سرعت کاهش حامل‌های اکثریت اضافی

مثال: نمونه‌ای از GaAs با $N_a = 10^{15}\ acceptor/cm^3$ تزریق شده است. اگر در لحظه $t = 0$ در این قطعه $10^{14}\ EHP/cm^3$ تولید شود، $\delta n(t)$ را حساب کرده و رسم کنید.

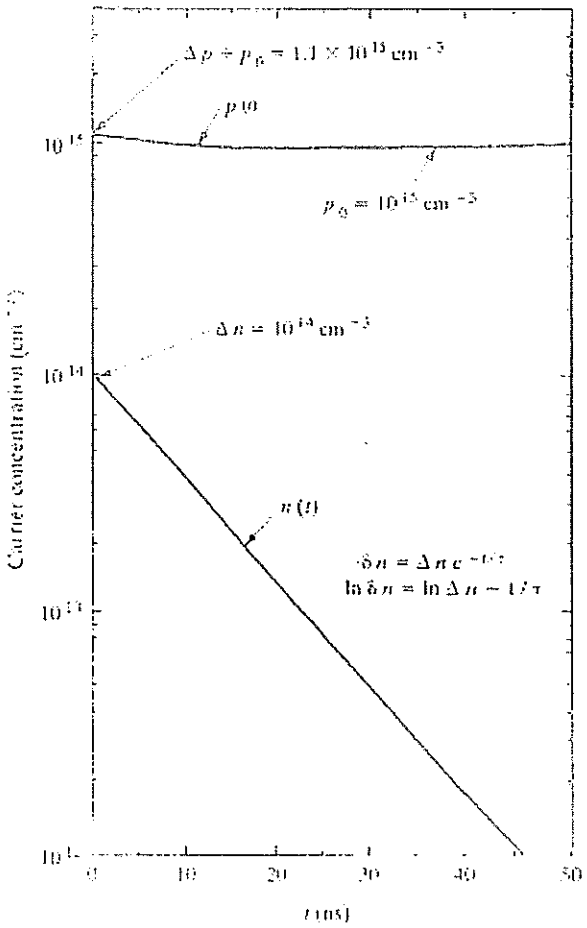
حل:

$$n_i = 10^6\ cm^{-3}$$

$$n_0 = \frac{n_i^2}{p_0 \approx N_a} = \frac{10^{12}}{10^{15}} = 10^{-3}\ cm^{-3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p_0 >> n_0 \\ \delta n << p_0 \end{cases}$$ شرط برقرار است:

در شکل زیر تغییرات زمانی حامل‌ها در صورتی که طول عمر حامل‌ها $\tau_n = \tau_p = 10^{-8}\ s$ باشد، در مقیاس نیمه لگاریتمی، نشان داده شده است.



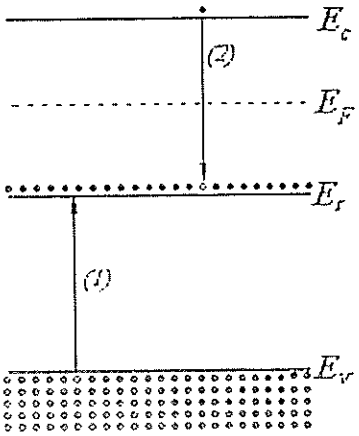
میرا شدن الکترون-حفره‌های اضافی از طریق بازترکیب

بازترکیب غیر مستقیم-Trapping

- امکان بازترکیب مستقیم خیلی کم است.
- عمدتاً در نیمه‌هادی‌های IV و بعضاً مرکب رخ می‌دهد.
- در Si و Ge نور بسیار بسیار ضعیفی ممکن است ساطع شود که با چشم قابل رویت نیست.
- بازترکیب از طریق ترازهای بازترکیب (recombination levels) صورت می‌گیرد

⇐ انرژی از دست داده شده بصورت گرما تلف می‌شود.

در شکل زیر فرآیند شکار در یک تراز بازترکیب نشان داده شده است که در آن E_r زیر E_F قرار دارد:



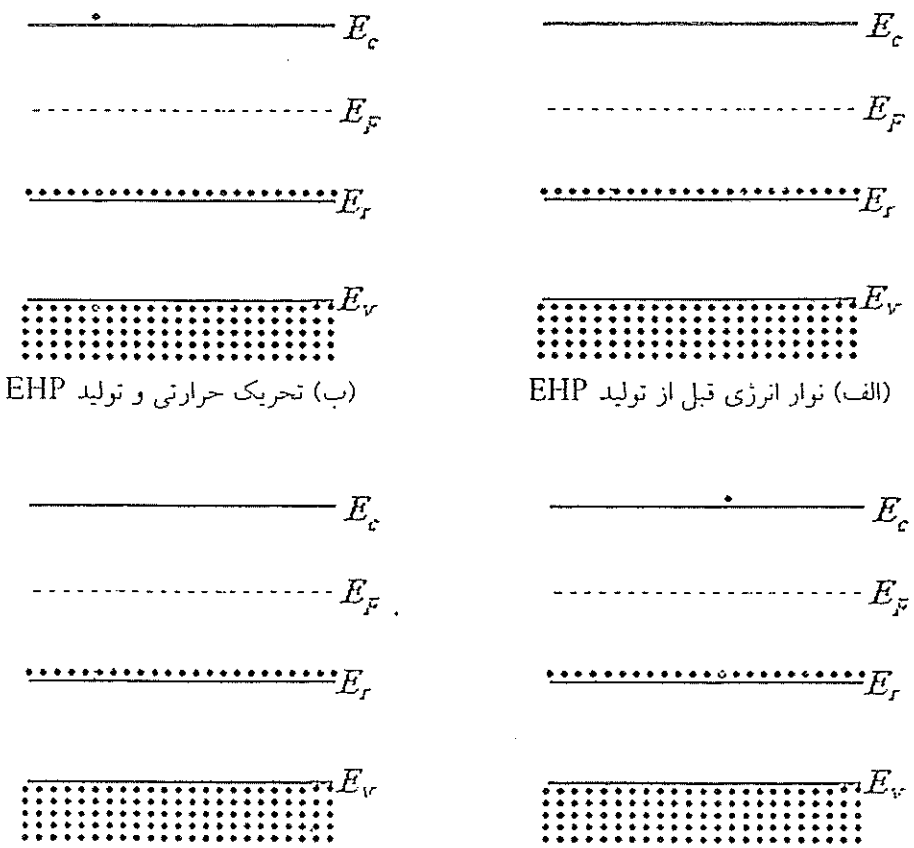
- E_r پر از الکترون است چون $E_r < E_F$
- *با تولید الکترون-حفره، بازترکیب EHP در دو مرحله صورت می‌گیرد.*

۱) *شکار حفره در یک مرکز بازترکیب ← انرژی به شبکه داده می‌شود.*

۲) *شکار الکترون در یک مرکز خالی ← انرژی به شبکه داده می‌شود.*

همانطور که دیده می‌شود ابتدا مرحله (۱) اجرا می‌شود زیرا تراز E_r پر از الکترون است. پس از دو مرحله فوق تراز E_r به حالت اولیه خود برمی‌گردد لیکن در این روند یک EHP از دست می‌رود زیرا یک باز ترکیب EHP صورت گرفته است. حال مرکز بازترکیب آماده شرکت در یک فرآیند بازترکیب دیگر می‌شود.

در شکل بعد مراحل بازترکیب به طور دقیق‌تر ترسیم شده است.



(الف) نوار انرژی قبل از تولید EHP

(ب) تحریک حرارتی و تولید EHP

(ج) شکار حفره در مرکز بازترکیب

(د) شکار الکترون در مرکز خالی در تراز بازترکیب و از بین رفتن یک EHP

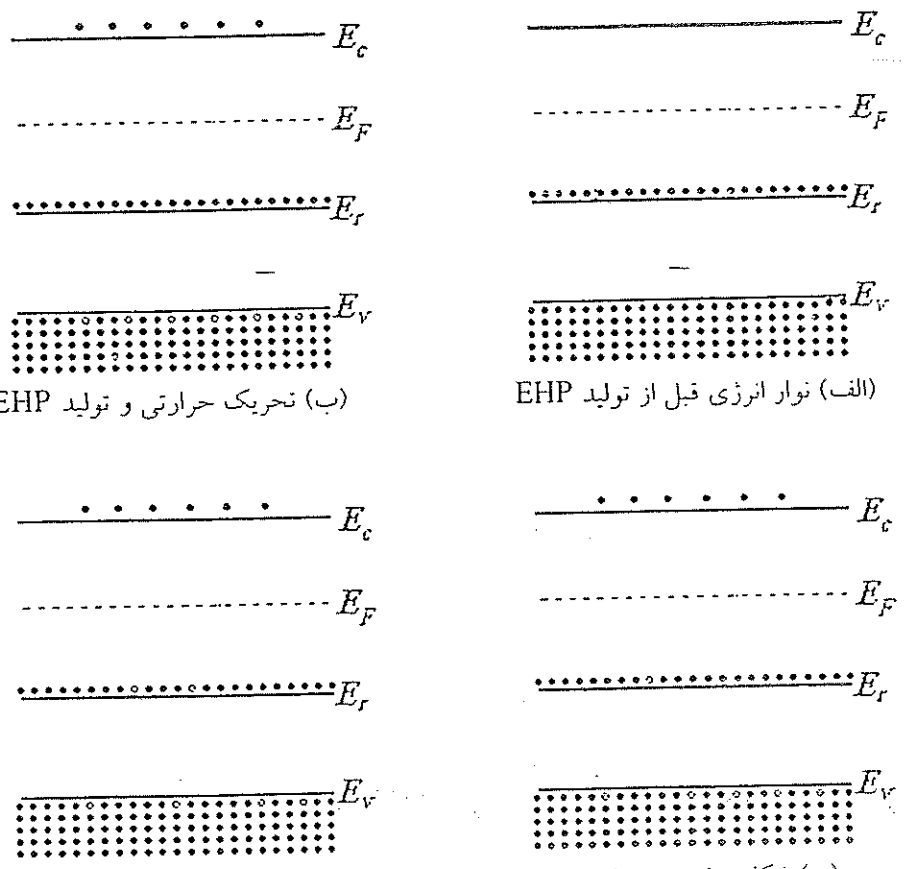
شکل -- تشریح بازترکیب غیرمستقیم

بازترکیب ممکن است با تأخیر مواجه شود چرا که ممکن است در اثر تحریک حرارتی حفره مجدداً به نوار ظرفیت برگردد.

به طور کلی در اینجا دو پدیده متمایز می‌تواند رخ دهد:

۱) اگر پدیده بعدی بازترکیب باشد، حامل بازترکیب شده از نوع مخالف است. در این صورت این مرکز، یک مرکز بازترکیب (recombination center) خواهد بود (شکل فوق).

۲) اگر احتمال تحریک مرکز بالا باشد به طوری که رخداد بعدی تحریک مجدد باشد، حامل گرفتار شده (trapped) همنوع حامل تحریک شده است. در اینصورت این مرکز، نقش مرکز تله (trapping center) را بازی می‌کند (شکل زیر).



شکل - تشریح پدیده به دام‌اندازی حامل‌ها

بازترکیب بستگی به موقعیت تراز E_r دارد. در حالت کلی:

- اگر مرکز تله در عمق (وسط) نوار ممنوع باشد، بازترکیب *کند* است.
- اگر مرکز تله در حوالی نوار هدایت یا ظرفیت باشد، بازترکیب *تند* است.

تولید حامل‌ها در حالت دائمی؛ ترازهای شبه فرمی Quasi-Fermi

دیدیم در حالت تعادل حرارتی، تولید EHP از رابطه زیر تبعیت می‌کند:

$$g(T) = g_i = \alpha_r n_i^2 = \alpha_r n_0 p_0$$

که در آن g(T) سرعت تولید حرارتی بر حسب EHP/cm^3 در هر میکروثانیه است.

g(T) می‌تواند هم از دو عامل زیر ناشی شود:

- تولید در ترازهای معیوب defect، ناشی از نقایص بلوری
- تولید نوار به نوار

اگر یک نور بطور دائمی به سمپل بتابد، تولید نوری هم به تولید حرارتی افزوده می‌گردد و n و p به مقادیر جدید تبدیل می‌شوند.

$$n = n_0 + \delta n$$
$$p = p_0 + \delta p$$
$$g(T) + g_{op} = \alpha_r np = \alpha_r (n_0 + \delta n)(p_0 + \delta p)$$

در حالت تعادل بازترکیب که تراز تله‌ای در جسم وجود نداشته باشد $\delta n = \delta p$ بنابراین

$$g(T) + g_{op} = \alpha_r n_0 p_0 + \alpha_r \left[(n_0 + p_0)\delta n + \delta n^2\right]$$

از جمله δn^2 می‌توان صرفنظر کرد، ضمناً داشتیم $g(T) = \alpha_r n_0 p_0$

در نتیجه

$$g_{op} = \alpha_r (n_0 + p_0)\delta n = \frac{\delta n}{\tau_n}$$

بنابراین

$$\delta n = \delta p = g_{op}\tau_n$$

در صورت وجود تراز تله (trap)، $\tau_p \neq \tau_n$ و داریم:

$$\delta n = g_{op}\tau_n$$
$$\delta p = g_{op}\tau_p$$

مثال عددی: فرض کنید در یک نمونه سیلیکنی با $n_0 = 10^{14} cm^{-3}$ و $\tau_n = \tau_p = 2\mu s$ در هر میکروثانیه بطریق نوری میزان $10^{13} EHP/cm^3$ تولید شود. در این صورت

$$g_{op} = 10^{13} EHP/cm^3/\mu s \quad \longrightarrow \quad \delta n = \delta p = g_{op}\tau_n = 2\times 10^{13} cm^{-3}$$

با کمی دقت معلوم می‌شود که میزان تغییرات حامل‌های اکثریت در حالت تعادل خیلی کم است. از طرفی تغییرات غلظت حامل‌های اقلیت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

مقدار اولیه غلظت حامل‌های اقلیت برابر است با:

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{2.25\times10^{10}}{10^{14}} = 2.25\times10^{6}\,cm^{-3}$$

و مقدار نهایی در حالت دائمی برابر است با:

$$p = 2\times10^{13}\,cm^{-3}$$

بطوریکه ملاحظه می‌شود تغییرات غلظت حامل‌های اقلیت در محدوده ۷ مرتبه توانی است.

نکته مهم: توجه کنید که چون حامل‌های اضافی در نمونه تولید شده‌اند، نمی‌توان نوشت $np = n_i^2$.
در اینجا داریم:

$$n = n_0 + \Delta n = 10^{14} + 2\times10^{13} = 1.2\times10^{14}$$

در نتیجه:

$$np = 2.4\times10^{27}\,cm^{-3} \neq n_i^2$$

ترازهای شبه فرمی

غلظت الکترون–حفره را بر حسب تراز فرمی نیز می‌توان بیان کرد. دیدیم که در حالت تعادل در صورتیکه حامل‌های اضافی نداشته باشیم داریم:

$$n_0 = n_i e^{(E_F - E_i)/kT}$$
$$p_0 = n_i e^{(E_i - E_F)/kT}$$

برای حالت تزریق شده در حالت دائمی می‌توان مقادیر n و p را بصورت زیر بر حسب مقادیر مجزای F_n و F_p نوشت:

$$n = n_i e^{(F_n - E_i)/kT}$$
$$p = n_i e^{(E_i - F_p)/kT}$$

که F_n و F_p به ترتیب ترازهای شبه فرمی برای الکترون و حفره می‌باشند.

مثال: برای مثال بالا ترازهای شبه فرمی را محاسبه کنید.

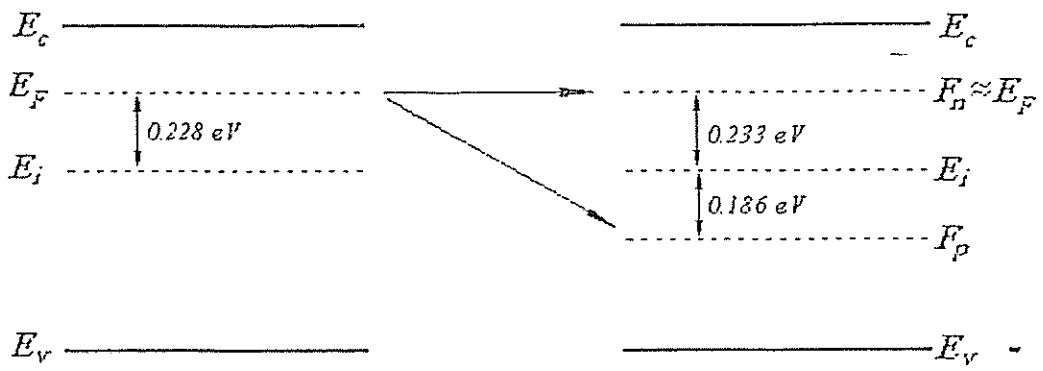
حل: در حالت تولید نوری داریم:

$$n = n_0 + \delta n = 1.2\times10^{14} = 1.5\times10^{10} e^{(Fn - Ei)/0.0259}$$
$$F_n - E_i = 0.0259\ln\left(8\times10^{3}\right) = 0.233eV$$
$$E_i - F_p = 0.0259\ln\left(\frac{2\times10^{13}}{1.5\times10^{10}}\right) = 0.186eV$$

از طرفی تراز فرمی در حالت تعادل E_F از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$E_F - E_i = 0.0259 \ln\left(\frac{1\times10^{14}}{1.5\times10^{10}}\right) = 0.228eV$$

در شکل زیر نمودار نوار انرژی در حالت تعادل و پس از تاباندن پرتو نوری رسم شده است.



قبل از تولید حامل‌های اضافی

بعد از تولید حامل‌های اضافی (در حالت دائمی)

در این شکل چگونگی باز شدن تراز فرمی و تبدیل آن به ترازهای شبه فرمی در اثر تولید EHPهای نوری نشان داده شده است.

دیفیوژن حامل‌ها

توزیع غیر یکنواخت حامل‌ها (گرادیان حامل‌ها) ← حرکت حامل‌ها از ناحیه غلیظ به ناحیه رقیقاین پدیده دیفیوژن نامیده می‌شود.

به طور کلی دو پدیده اصلی در هدایت جریان الکتریکی عبارتند از:

- دیفیوژن: بدلیل گرادیان حامل‌ها
- دریفت: در یک میدان الکتریکی

پدیده دیفیوژن:

پخش عطر در فضای اتاق:

- چون حرکت مولکولهای عطر تصادفی است مولکولهای واقع در لبه یک حجم با احتمال $\frac{1}{2}$ به داخل آن و با احتمال $\frac{1}{2}$ به خارج آن حجم منتقل می‌شوند.
- در مدت زمان متوسط $\bar{t}$ (mean free time) نصف مولکولها به خارج و نصف دیگر آنها به داخل منتقل می‌شوند.
- این عمل تا وقتی ادامه می‌یابد که توزیع یکنواخت حاصل شود که در آن صورت تعادل برقرار می‌گردد.

تعریف:

1- فلوی (شار) ذرات: particle flux

تعداد ذرات (و نه بار) گذرنده از واحد سطح در واحد زمان را فلوی ذرات گویند (Φ).

اگر در مدت زمان Δt تعداد Δn ذره از سطح مقطع A عبور کند، طبق تعریف فلوی ذره برابر است با:

$$\phi = \frac{\Delta n}{A\Delta t}$$

2- چگالی جریان:

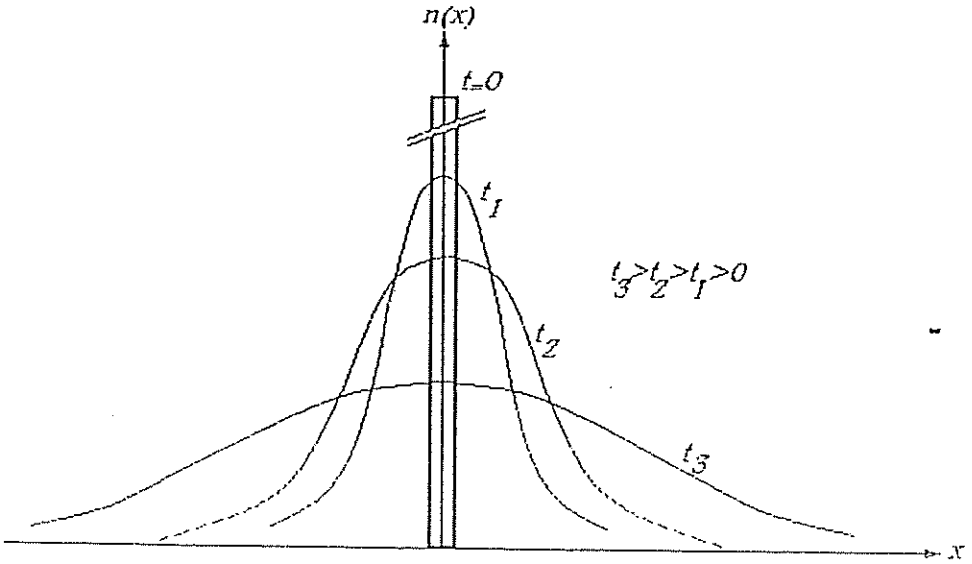
میزان بار الکتریکی گذرنده از واحد سطح در واحد زمان، چگالی جریان نامیده می‌شود.

چگالی جریان اساساً فلوی بار الکتریکی (و نه ذرات) است.

$$J = q\phi$$

دیفیوژن در نیمه‌هادی‌ها نیز مشابه پدیده پخش عطر می‌باشد.

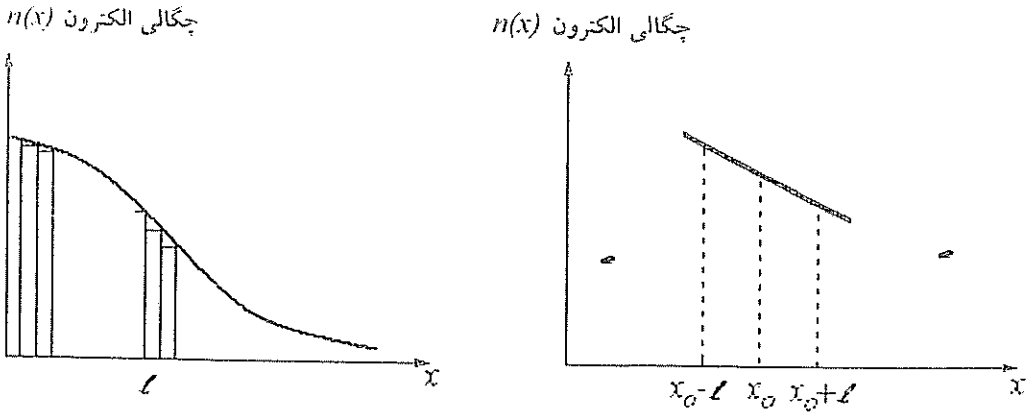
اگر یک پالس الکترون در لحظه $t = 0$ به نقطه $x = 0$ تزریق شود، با گذشت زمان به تدریج پخش می‌شود. شکل زیر این وضعیت را نشان می‌دهد.



شکل - دیفیوژن در نیمه‌هادی

محاسبه جریان دیفیوژن

برای تعیین $n(x)$، فاصله x را به فواصل کوچک ℓ، یعنی فاصله متوسط بین برخوردها، تقسیم می‌کنیم



در حالت تعادل حرارتی، n فقط با x تغییر می‌کند و داریم:

$$\ell = v_{th}\tau_c$$

که در آن ℓ مسیر آزاد میانگین و τ_c *زمان آزاد میانگین است.*

- الکترونهای موجود در $x_o-\ell$ (سمت چپ x_o) دارای شانس مساوی برای حرکت به چپ یا راست هستند. بنابراین در مدت زمان τ_c، نصف آنها از صفحه x_o می‌گذرند و داریم:

$$\text{نرخ متوسط جریان الکترون در واحد سطح گذرنده از } x=x_o \text{ از چپ به راست} = \phi_1 = \frac{\frac{1}{2}n(x_o-\ell).\ell}{\tau_c} = \frac{1}{2}n(x_o-\ell)v_{th}$$

- به همین ترتیب در مدت زمان τ_c نصف الکترون‌های موجود در $x_o+\ell$ از صفحه x_o می‌گذرند:

$$\text{نرخ متوسط جریان الکترون در واحد سطح گذرنده از } x=x_o \text{ از راست به چپ} = \phi_2 = \frac{\frac{1}{2}n(x_o+\ell).\ell}{\tau_c} = \frac{1}{2}n(x_o+\ell)v_{th}$$

بنابراین نرخ خالص جریان حامل‌های (الکترون‌های) عبوری از چپ به راست صفحه x_0 در مدت زمان τ_c در واحد سطح برابر است با:

$$\phi = \phi_1 - \phi_2 = \frac{1}{2}v_{th}\left[n(x_o-\ell) - n(x_o+\ell)\right]$$

با استفاده از بسط تیلور و با در نظر گرفتن تقریب دو جمله اول:

$$\phi = \frac{1}{2}v_{th}\left\{\left[n(x_o) - \ell\frac{dn}{dx}\right] - \left[n(x_o) + \ell\frac{dn}{dx}\right]\right\} = -v_{th}\ell\frac{dn}{dx}$$

dn/dx شیب (گرادیان) غلظت الکترون می‌باشد.

از رابطه فوق به دست می‌آید:

$$\phi_n = -D_n\frac{dn}{dx}$$

به این رابطه قانون اول فیک (Fick's first law) گویند که در آن

$$D_n = v_{th}\ell = \frac{\ell^2}{\tau_c}$$

ضریب دیفیوژن الکترون نام دارد.

به همین ترتیب برای حفره نیز به دست می‌آید:

$$\phi_p = -D_p\frac{dp}{dx}$$

حال با توجه به تعریف فلو و جریان که در بالا ارائه شد، چگالی جریان دیفیوژن برای الکترون و حفره به صورت زیر به دست می‌آید:

چگالی جریان دیفیوژن الکترون: $J_n(diff) = -q\phi_n = +qD_n\frac{dn}{dx}$

چگالی جریان دیفیوژن حفره: $J_p(diff) = +q\phi_p = -qD_p\frac{dp}{dx}$

علامت منفی در رابطه الکترون نشان دهنده آن است که حرکت خالص الکترون ناشی از دیفیوژن در جهت کاهش غلظت الکترون است و جریان خالص الکترون ناشی از دیفیوژن در جهت افزایش غلظت الکترون است.

علامت مثبت در رابطه حفره نشان دهنده آن است که حرکت خالص حفره ناشی از دیفیوژن در جهت کاهش غلظت حفره است و جریان خالص حفره ناشی از دیفیوژن در جهت کاهش غلظت حفره است.

مثال - در یک نیمه‌هادی نوع n در T=300K، غلظت الکترون‌ها به طور خطی از 1×10^{18} cm^{-3} به 7×10^{17} cm^{-3} در فاصله 0.1 cm تغییر می‌کند. با فرض اینکه ضریب دیفیوژن الکترون D_n=22.5cm^2/s باشد، چگالی جریان دیفیوژن را حساب کنید.

حل:

$$J_n = +qD_n \frac{dn}{dx} = qD_n \frac{\Delta n}{\Delta x}$$
$$= 1.6\times10^{-19}\times 22.5\times\frac{1\times10^{18}-7\times10^{17}}{0.1} = 10.8 \quad A/cm^2$$

رابطه اینشتین

از قسمت‌های قبل داشتیم:

$$\mu_n = \frac{q\tau}{m_n^*}$$

در تعادل انرژی جنبشی الکترون در نوار هدایت برابر است با:

$$\frac{1}{2}m_n v_{th}^2 = \frac{1}{2}kT$$

با توجه به رابطه ضریب دیفیوژن در بالا داریم:

$$D_n = v_{th}\ell = v_{th}(v_{th}\tau_c) = v_{th}^2\tau_c = v_{th}^2\left(\frac{\mu_n m_n}{q}\right) = \left(\frac{kT}{m_n}\right)\left(\frac{\mu_n m_n}{q}\right)$$
$$\Rightarrow D_n = \left(\frac{kT}{q}\right)\mu_n$$

به همین ترتیب برای حفره نیز به دست می‌آید: $D_p = \left(\frac{kT}{q}\right)\mu_p$

این روابط را می‌توان به صورت زیر نوشت که روابط اینشتین نامیده می‌شوند:

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q}$$
$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$

دیفیوژن و دریفت حامل‌ها- چگالی جریان

اگر در یک قطعه نیمه‌هادی گرادیان حامل‌ها وجود داشته باشد و همزمان یک میدان الکتریکی نیز به این قطعه اعمال شود، چگالی جریان هر یک از حامل‌ها شامل یک مؤلفه دیفیوژن و یک مؤلفه دریفت (رانش) می‌باشد:

در حضور همزمان میدان الکتریکی و گرادیان حامل‌ها

$$\begin{cases} J_n(x) = J_n(\text{drift}) + J_n(\text{diff}) \\ J_p(x) = J_p(\text{drift}) + J_p(\text{diff}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_n(x) = q\mu_n n(x)\mathcal{E}(x) + qD_n \dfrac{dn}{dx} \\ J_p(x) = q\mu_p p(x)\mathcal{E}(x) - qD_p \dfrac{dp}{dx} \end{cases}$$

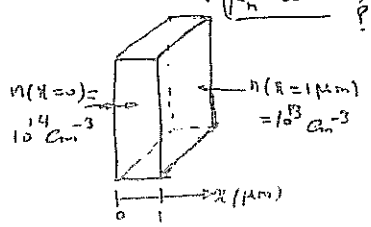
$$J(x) = J_n(x) + J_p(x) = \text{"} + \text{"}$$

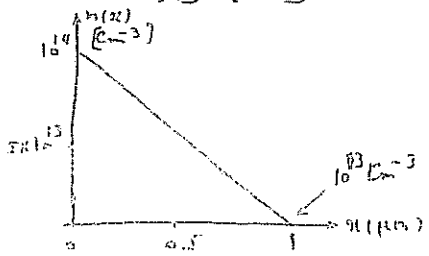
مرکز بهسازی

میدان

مثال 1 (Howe p45) یک قطعه نیمه‌هادی سیلیکن نوع p به ضخامت 1μm مطابق شکل زیر را در نظر بگیرید که در آن $N_a = 10^{17}\,cm^{-3}$ است. با تزریق مداوم الکترون‌ها، اقلیت در طرف چپ (x=0) و خارج کردن آنها از طرف راست در x = 1μm یک شیب خطی در غلظت الکترون‌ها یا چگالی الکترون n(x) ایجاد می‌شود. چگالی جریان الکترون در قطعه چقدر است؟ ($\mu_n = 750\,cm^2/V.s$)

حل





$$D_n = \frac{KT}{q}\mu_n = 0.025 \times 750 = 18.75\ cm^2/s$$

$$J_n(\text{diff}) = qD_n\frac{dn}{dx} = (1.6\times10^{-19})(18.75)\left(\frac{10^{13}-10^{14}}{10^{-4}}\right) = -3\ A/cm^2$$

دقت شود که جریان دیفیوژن الکترون منفی است و با اعمال تنها یک ولتاژ کمتر از 1mV بین چپ و راست قطعه می‌توان جریان در حد اکثر $3A/cm^2$ ایجاد کرد.

مثال 2 (Sze p59) در نقطه‌ای از یک نیمه‌رسانای نوع n هاتن حامل‌های اقلیت (حفره‌ها) تزریق می‌گردند. یک میدان الکتریکی 50V/cm به نمونه اعمال می‌شود. در این میدان حامل‌های اقلیت q در مدت 100ns به اندازه 1cm جابجا می‌گردند. سرعت رانش و ضریب دیفیوژن حامل‌های اقلیت را حساب کنید.

حل:

سرعت رانش $v_p = \dfrac{1cm}{100\times10^{-9}} = 10^4\ cm/s$

$\mu_p = \dfrac{v_p}{\mathcal{E}} = \dfrac{10^4}{50} = 200\ cm^2/V.s$

$D_p = \dfrac{KT}{q}\mu_p = 0.0259 \times 200 = 5.18\ cm^2/s$

مثال ۳ در یک سیلیکن نوع n در $27°C$ با $10^{15}\ As/cm^3$ ضریب دیفیوژن الکترون را محاسبه کنید.

با استفاده از گراف داده شده بازاء غلظت ناخالصی $10^{15}\ cm^{-3}$ مقدار μ_n تقریباً برابر است:

$$\mu_n = 1300\ cm^2/V\text{-}s$$

در نتیجه

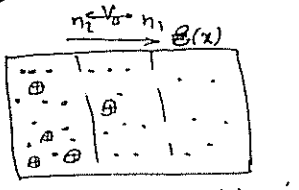
$$D_n = \mu_n \frac{KT}{q} = (1300)(0.0259) = 33.7\ cm^2/s$$

مثال ۴ فرض کنید میزان غلظت ناخالصی دهنده در یک نیمه‌رسانا تغییر می‌کند که در نتیجه غلظت الکترون در طول نیمه‌رسانا غیر یکنواخت است، یعنی $n = n(x)$. ~~اختلاف پتانسیل بین~~

الف) اختلاف پتانسیل بین دو نقطه نیمه‌رسانا که در آنها غلظت الکترون n_1 و n_2 است چقدر است؟

ب) اگر پروفیل دهنده در نیمه‌رسانا نوع n به صورت $N(x) = N_0 \exp(-x/b)$ باشد، میدان داخلی $\mathcal{E}(x)$ را بدست آورید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

حل: الف) در اثر پدیده پراکندگی، نیمه‌رسانا به صورت زیر در می‌آید که غلظت الکترون از چپ به راست کاهش می‌یابد.



- ابتدا نیمه‌رسانا در همه جا خنثی است
- پدیده پراکندگی شروع به دیفیوژن می‌کند و الکترون‌ها از طرف راست و با بار منفی در طرف چپ جمع می‌شوند.
- میدان الکتریکی حاصل از تجمع بیشتر مانع جلوگیری می‌کند.

جریان دیفیوژن ⟶

جریان ⟵

جریان خالص = 0

- وقتی دیفیوژن الکترون‌ها به طرف راست با دریفت مانع به طرف چپ برابر می‌شود، حالت تعادل برقرار است ⟸ جریان کل صفر شده برابر صفر می‌شود.

$$(*)\quad J_n = q n \mu_n \mathcal{E}_x + q D_n \frac{dn}{dx} = 0$$

با $\mathcal{E}(x) = -dV/dx$ داریم:

$$-q n \mu_n \frac{dV}{dx} + q D_n \frac{dn}{dx} = 0$$

با استفاده از رابطه اینشتین و حذف dx

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = \frac{KT}{q} \int_{n_1}^{n_2} \frac{dn}{n}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_2 - V_1 = \frac{KT}{q} \ln \frac{n_2}{n_1}}$$

ب) ~~با توجه به اینکه~~ $n(x) = N_d(x)$ (چون پراکندگی) ~~با استفاده از رابطه اینشتین~~

$$n(x) \simeq N_d(x) = N_0 \exp(-x/b)$$

با قرار دادن این رابطه در رابطه (*) و استفاده از رابطه اینشتین:

$$q n \mu_n \mathcal{E}(x) + q D_n \left(\frac{-1}{b}\right) \exp(-x/b) = 0 \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}(x) = \frac{D_n}{b \mu_n} = \frac{KT}{qb}}$$

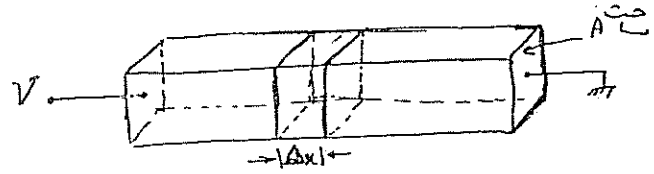
- کاربرد در ترانزیستور برای افزایش سرعت عمل کرد.

(۳۵-۱)

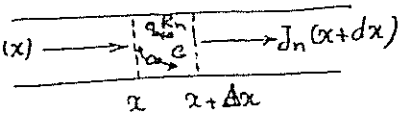
پیوستگی

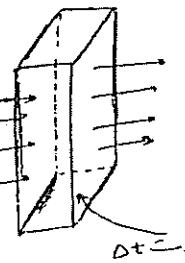
معادله پیوستگی Continuity equation

در حالت کلی علاوه بر پدیده دیفیوژن و درایفت، در درون نیمه‌رسانا عمل باز ترکیب یا تولید EHP نیز رخ دهد.



(جریان ناشی از دیفیوژن و درایفت)





$J = q\Phi \Rightarrow$

الکترونهای ورودی به حجم مورد نظر در مدت زمان Δt $= \frac{J_n(x)A}{-q}\Delta t$

الکترونهای خروجی از حجم در مدت زمان Δt $= \frac{J_n(x+\Delta x)A}{-q}\Delta t$

تولید خالص الکترون در مدت Δt $= (G-R)A\Delta x\,\Delta t$

$$\Delta N(x) = \underbrace{(G(x)-R(x))}_{\text{در واحد حجم در واحد زمان}}(A\Delta x)\Delta t + \left(\frac{J_n(x)}{-q} - \frac{J_n(x+\Delta x)}{-q}\right)A\Delta t$$

تغییرات تعداد الکترونها در حجم مورد نظر در Δt

از تقسیم طرفین رابطه فوق بر $\underbrace{A\Delta x\Delta t}_{\Delta V}$ داریم:

$$\frac{\Delta N(x)}{A\Delta x\Delta t} = G(x)-R(x)+\frac{1}{q}\left(\frac{J_n(x+\Delta x)-J_n(x)}{\Delta x}\right)$$

$$\frac{\Delta N(x)}{A\Delta x} = n(x) \quad (cm^{-3})$$ در واحد حجم

حال چنانچه Δx و Δt هر دو به صفر نزدیک شوند، رابطه فوق را می‌توان به فرم دیفرانسیلی نوشت:

معادله پیوستگی برای الکترون

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} = (G_n-R_n)+\frac{1}{q}\frac{\partial J_n(x,t)}{\partial x}$$

به همین ترتیب ... حفره

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = (G_p-R_p)-\frac{1}{q}\frac{\partial J_p(x,t)}{\partial x}$$

همینطور داریم:

پنج معادله نیمه‌رسانا

چگالی جریان الکترون

$$J_n = qn\mu_n\mathcal{E}+qD_n\frac{dn}{dx}$$

... حفره

$$J_p = qp\mu_p\mathcal{E}-qD_p\frac{dp}{dx}$$

چگالی بار فضا

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} = -\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{-\rho}{\varepsilon_s} = -\frac{q}{\varepsilon_s}(p-n+N_d-N_a)$$

معادله پواسون

Φ پتانسیل الکترواستاتیک

$\mathcal{E}$ میدان الکتریکی

دیدیم که نرخ بازترکیب از روابط زیر بدست می‌آید:

(در حالت تزریق کم)

$$\begin{cases} R_n = \dfrac{\delta n}{\tau_n} \quad \left(= \dfrac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} \text{ برای نیمه‌رسانای } p\right) \\ R_p = \dfrac{\delta p}{\tau_p} \quad \left(= \dfrac{p_{n0} - p_{n0}}{\tau_p} \quad n \text{ ---}\right) \end{cases}$$

درصورتیکه جریان صرفاً ناشی از دیفیوژن باشد (در نیمه‌رسانای n) داریم:

$$\begin{cases} J_n(diff) = q D_n \dfrac{\partial \delta n}{\partial x} \\ J_p(diff) = -q D_p \dfrac{\partial \delta p}{\partial x} \end{cases}$$

$$(*) \begin{cases} \dfrac{\partial \delta n}{\partial t} = D_n \dfrac{\partial^2 \delta n}{\partial x^2} - \dfrac{\delta n}{\tau_n} \\ \dfrac{\partial \delta p}{\partial t} = D_p \dfrac{\partial^2 \delta p}{\partial x^2} - \dfrac{\delta p}{\tau_p} \end{cases}$$

معادلات دیفیوژن برای الکترون و حفره در حضور بازترکیب

این روابط برای حل مسائل دیفیوژن در حضور بازترکیب بسیار مفید می‌باشند.

تزریق حاملها در حالت دائمی - طول پخش

در حالت دائمی مؤلفه‌های وابسته به زمان در معادلات دیفیوژن، صفر می‌باشند. بنابراین

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} = 0 \quad , \quad \frac{\partial \delta p}{\partial t} = 0$$

و از آنجا روابط فوق (*) به صورت زیر تبدیل می‌شوند

$$\frac{d^2 \delta n}{dx^2} = \frac{\delta n}{D_n \tau_n} = \frac{\delta n}{L_n^2}$$

$$\frac{d^2 \delta p}{dx^2} = \frac{\delta p}{D_p \tau_p} = \frac{\delta p}{L_p^2}$$

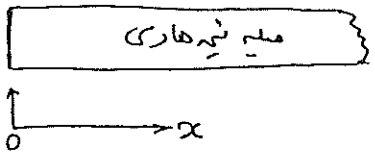
مخرج کسرهای طرف دوم این تساوی‌ها ابعاد مشتق هستند لذا آن‌ها را به صورت مجذور نوشته‌ایم که در آن:

$L_n \equiv \sqrt{D_n \tau_n}$ طول پخش الکترون

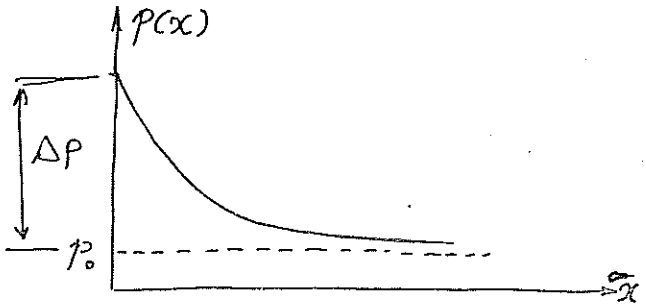
$L_p \equiv \sqrt{D_p \tau_p}$ طول پخش حفره

طول پخش حامل یکی از پارامترهای مهم در توصیف عملکرد و رفتار حاملها می‌باشد.

مثال ۱- یک میله از یک طرف نامحدود Semi-infinite را در نظر بگیرید. فرض کنید در لبه آن $(x=0)$ حفره‌های اضافی به میزان Δp تولید شود به طوری که $\delta p(x=0)=\Delta p$. غلظت حفره‌ها را در طول میله برحسب x بدست آورید.



حل: در حالت دائمی غلظت حفره‌ها در طول میله با افزایش x کاهش می‌یابد زیرا حفره‌ها در معرض بازترکیب قرار می‌گیرند.



معادله دیفرانسیل پارامتر این میله در حالت دائمی به صورت زیر است:

$$\frac{d^2\delta p}{dx^2}=\frac{\delta p}{L_p^2}$$

پاسخ عمومی این معادله درجه دوم به صورت زیر است:

$$\left.\begin{cases}\delta p(x)=C_1e^{x/L_p}+C_2e^{-x/L_p}\\ \delta p(\infty)=0\\ \delta p(0)=\Delta p\end{cases}\right\}\Rightarrow C_1=0,\ C_2=\Delta p$$

شرایط اولیه مرزی در $x=0$ و $x=\infty$

بنابراین پاسخ معادله به صورت زیر است:

$$\delta p(x)=\Delta p\,e^{-x/L_p}\Rightarrow p(x)=\Delta p\,e^{-x/L_p}+p_0$$

که نشان می‌دهد غلظت حفره‌ها به صورت نمایی کاهش می‌یابد.

L_p فاصله‌ای است که در آن غلظت حفره‌های اضافی $\frac{1}{e}$ مقدار آن در نقطه تزریق می‌گردد.

مثال ۲- نشان دهید که L_p فاصله متوسطی است که همزه در اثر دیفیوژن می‌پیماید قبل از اینکه باز ترکیب شود.

حل- روش اول

احتمال اینکه همزه تزریق شده در $x=0$ تا نقطه x بدون باز ترکیب باقی بماند برابر است با:

$$\frac{\delta p(x)}{\Delta p} = e^{-x/L_p} \qquad (1)$$

احتمال اینکه همزه ای که در نقطه x قرار دارد در فاصله dx بعدی باز ترکیب شود برابر است با:

$$\frac{\delta p(x)-\delta p(x+dx)}{\delta p(x)} = -\frac{[\delta p(x+dx)-\delta p(x)]/dx}{\delta p(x)}\,dx$$

$$= -\frac{d\delta p(x)/dx}{\delta p(x)}\,dx \qquad (*)$$

با استفاده از رابطه بالا و مشتق گیری از آن:

$$\frac{d\delta p(x)}{dx} = \frac{-\Delta p}{L_p}\,e^{-x/L_p}$$

با جایگذاری آن در رابطه (*) داریم:

$$(*) = -\frac{-\frac{\Delta p}{L_p}e^{-x/L_p}}{\Delta p\, e^{-x/L_p}}\,dx = \frac{1}{L_p}\,dx \qquad (2)$$

در نتیجه احتمال اینکه همزه تزریق در $x=0$ در یک فاصله دیفرانسیلی دلخواه در هر نقطه از نیمه هادی باز ترکیب شود برابر حاصلضرب دو احتمال فوق است و داریم:

$$(1)\times(2) = \frac{1}{L_p}e^{-x/L_p}\,dx$$

اینک متوسط فاصله متوسطی که همزه دیفیوز می‌کند تا قبل از اینکه باز ترکیب شود برابر است با:

$$\langle x\rangle = \int_0^\infty x\,\frac{e^{-x/L_p}}{L_p}\,dx = L_p$$

روش دوم

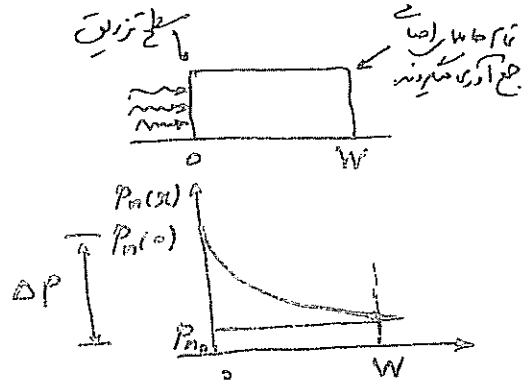
با استفاده از تعریف مقدار متوسط داریم:

$$\bar{x} = \frac{\int_0^\infty x\,\delta p(x)\,dx}{\int_0^\infty \delta p(x)\,dx} = \frac{\int_0^\infty x\,\Delta p\, e^{-x/L_p}\,dx}{\int_0^\infty \Delta p\, e^{-x/L_p}\,dx} = L_p$$

در نتیجه طول پخش L_p متوسط فاصله‌ای است که حفره تا قبل از بازترکیب طی می‌کند. از آن طرف نتیجه می‌گیریم که میانگین احتمال در واحد فاصله که حفره بازترکیب می‌شود برابر $\frac{1}{L_p}$ است.

مثال ۳ فرض کنید میله نیمه هادی از دو طرف محدود و دارای طول W باشد به طوری که تمام حاملاهای اضافی در نقطه $x=W$ جمع آوری می‌گردد. اگر در نقطه $x=0$، حفره های اضافی برابر Δp باشد، غلظت حفره‌ها را در طول میله بدست آورید.

حل:



$$\begin{cases} \dfrac{d^2\delta p}{dx^2} = \dfrac{\delta p}{L_p^2} \\ \delta p(W) = 0 \\ \delta p(0) = \Delta p \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \delta p(x) = C_1 e^{x/L_p} + C_2 e^{-x/L_p} \\ C_1 + C_2 = \Delta p \\ C_1 e^{W/L_p} + C_2 e^{-W/L_p} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{W/L_p} & e^{-W/L_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta p \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \frac{\begin{vmatrix} \Delta p & 1 \\ 0 & e^{-W/L_p} \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{\Delta p\, e^{-W/L_p}}{e^{-W/L_p} - e^{W/L_p}}$$

$$C_2 = \frac{-\Delta p\, e^{W/L_p}}{e^{-W/L_p} - e^{W/L_p}}$$

$$\delta p(x) = \frac{\Delta p\, e^{-W/L_p}}{e^{-W/L_p} - e^{W/L_p}}\, e^{x/L_p} - \frac{\Delta p\, e^{W/L_p}}{e^{-W/L_p} - e^{W/L_p}}\, e^{-x/L_p}$$

پس از مرتب کردن این رابطه خواهیم داشت :

$$\delta p(x) = \Delta p \frac{\sinh \frac{W-x}{L_p}}{\sinh \frac{W}{L_p}}$$

$$\boxed{p_n(x) = p_{n_0} + \left[p_n(0) - p_{n_0}\right] \frac{\sinh \frac{W-x}{L_p}}{\sinh \frac{W}{L_p}}}$$

آزمایش هاینز- شاکلی Haynes-Shockley experiment

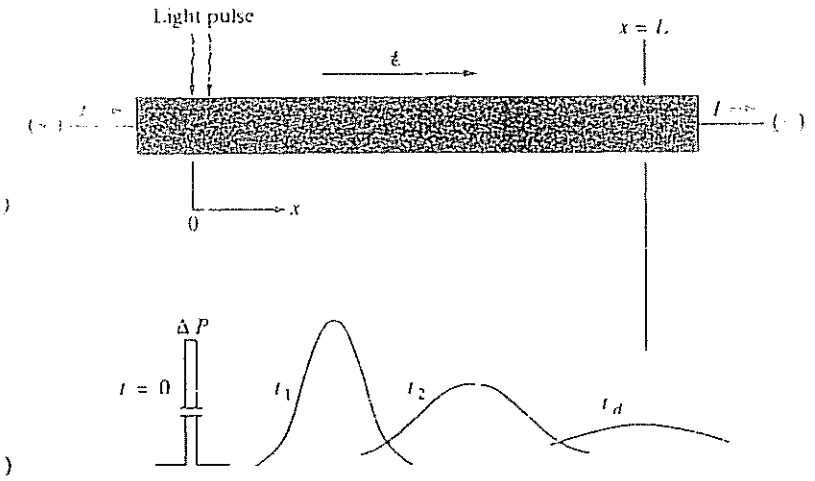
یکی از آزمایش های کلاسیک برای نشان دادن دریفت و دیفیوژن حامل های اقلیت است که در آن می توان پارامترهای تحرک (μ) و ضریب دیفیوژن (D) را به طور مستقل اندازه گیری کرد.

اساس آزمایش: پالسی از حفره در یک نیمه رسانای نوع n (به طور مثال) که تحت تأثیر یک میدان الکتریکی قرار دارد، تولید می شود. پالس در میدان الکتریکی دریفت کرده و در ضمن توسط دیفیوژن پخش می گردد. غلظت حفره های اضافی در نقطه ای از محل با یک فاصله از نقطه تولید پالس حفره، مونیتور می گردد.

با اندازه گیری مدت زمان رسیدن پالس به مقصد در اثر دریفت، تحرک μ اندازه گیری می شود.

با اندازه گیری میزان پخش شدن پالس در یک زمان معین در مقصد، ضریب دیفیوژن D تعیین می شود.

در شکل زیر، فرآیند آزمایش هاینز-شاکلی نشان داده شده است.



در این شکل یک پالس نوری در $x=0$ اعمال می شود که سبب تولید EHP می شود. اثر این EHP های تولید شده بر روی حامل های اکثریت (n) ناچیز است. لیکن اثر آن بر روی غلظت حامل های اقلیت بسیار قابل ملاحظه است و غلظت حامل های اقلیت را چند مرتبه قدر افزایش می دهد.

پالس رسیده به نقطه $x=L$ روی اسلایدشکب شاهده می‌شود.

با اندازه‌گیری زمان t_d که زمانی است که پالس از نقطه $x=0$ به $x=L$ می‌رسد می‌توان تحرک (μ) را

به صورت زیر به دست آورد:

$$V_d = \frac{L}{t_d}$$ سرعت دریفت:

$$\mu_p = \frac{v_d \text{ سرعت دریفت}}{\mathcal{E} \text{ میدان الکتریکی}}$$

برای بررسی چگونگی پخش حفره‌ها فرض کنید باز ترکیب ناچیز باشد و فقط دیفیوژن داریم. بنابراین

رفتار حفره با بستگی معادله دیفیوژن را برآورده کند (باز ترکیب صفر $\left(\frac{\delta p}{\tau_p}=0\right)$):

$$\frac{\partial \delta p(x,t)}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \delta p(x,t)}{\partial x^2}$$

پاسخ این معادله دیفرانسیل یک توزیع گوسی است:

$$\delta p(x,t) = \left[\frac{\Delta p}{2\sqrt{\pi D_p t}}\right] e^{-x^2/4D_p t} = \hat{\delta p}\, e^{-x^2/4D_p t}$$

ضریب داخل کروشه نشان می‌دهد که قله پالس در $x=0$ با زمان کاهش می‌یابد.

جمله نمایی، چگونگی پخش پالس در جهت مثبت و منفی x را پیش‌بینی می‌کند. شکل زیر

شکل موج شاهده شده در لحظه t_d را نشان می‌دهد.

$$\hat{\delta p} = \frac{\Delta p}{2\sqrt{\pi D_p t}}$$

حال اگر نقطه $\frac{\Delta x}{2}$ را نقطه‌ای در نظر بگیریم که در آن مقدار $\delta\hat{p}$ به مقدار $\frac{1}{e}$ کاهش می‌یابد، خواهیم داشت:

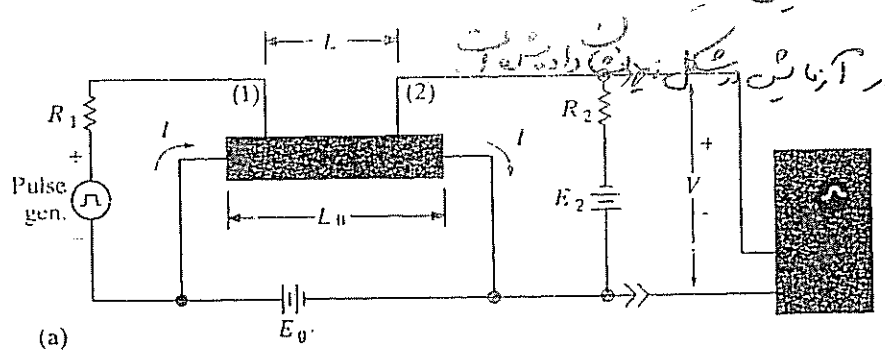
$$e^{-1}\delta\hat{p} = \delta\hat{p}\, e^{-(\Delta x/2)^2/4D_p t_d} \Longrightarrow D_p = \frac{(\Delta x)^2}{16 t_d}$$

در عمل شکل موج مشاهده شده روی اسیلوسکوپ برحسب زمان می‌باشد که می‌توان به صورت زیر Δx را به Δt مربوط کرد:

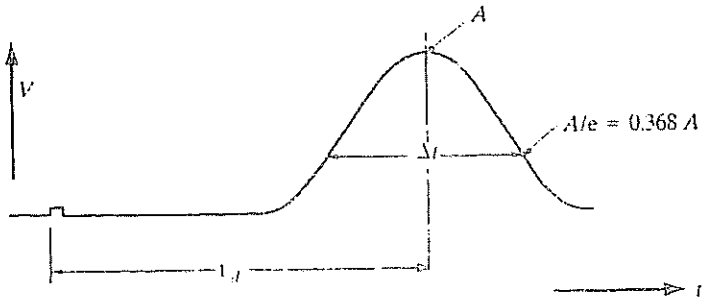
$$\Delta x = \Delta t . v_d = \Delta t . \frac{L}{t_d} \Longrightarrow \boxed{D_p = \frac{(L.\Delta t)^2}{16 t_d^3}}$$

مثال ۱- یک نمونه نیمرسانایی تحت آزمایش هال شکل گرفته است. طول نمونه 1^{cm} و فاصله بین پروبها 0.95^{cm} است. ولتاژ باتری E_0 برابر 2^V می‌باشد. پالس تزریق شده در نقطه مبدأ پس از 0.25^{ms} به نقطه مقصد می‌رسد. عرض پالس در مقصد در نقطه $\frac{1}{e}$ قله برابر $\Delta t = 117\ \mu s$ است. تحرک μ_p و ضریب دیفیوژن حفره D_p را محاسبه کنید. رابطه اینشتین را تحقیق کنید.

حل: مدار آزمایش در شکل زیر داده شده است



(a)



(b)

$$\mu_p = \frac{v_d}{\mathcal{E}} = \frac{0.95/0.25\times10^{-3}\ (cm/s)}{2/1\ (V/cm)} = 1900\ cm^2/V.s$$

$$D_p = \frac{(\Delta x)^2}{16 t_d} = \frac{(\Delta t.L)^2}{16 t_d^3} = \frac{(117\times0.95)^2\times10^{-12}}{16(0.25)^3\times10^{-9}} = 49.4\ cm^2/s$$

تحقیق رابطه اینشتین

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{49.4}{1900} = 0.026\ V = \frac{KT}{q}$$

تغییر مسیر ترازهای شبه فرمی (quasi - Fermi) در اثر دریفت و دیفیوژن حاملها

قبلاً دیدیم که در صورت وجود دریفت و دیفیوژن، جریان الکتریکی نیمه‌هادی از رابطه زیر به دست آید:

$$J_n(x) = q\mu_n n(x)\mathcal{E}(x) + qD_n\frac{dn(x)}{dx}$$ (برای الکترون)

$$n(x) = n_i e^{(F_n - E_i)/KT}$$

از طرفی داشتیم

$$\frac{dn(x)}{dx} = \frac{d}{dx}\left[n_i e^{(F_n-E_i)/KT}\right] = \frac{n(x)}{KT}\left[\frac{dF_n}{dx} - \frac{dE_i}{dx}\right]$$

با استفاده از رابطه اینشتین داریم:

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{KT}{q}$$

$$J_n(x) = q\mu_n n(x)\mathcal{E}(x) + \mu_n n(x)\left[\frac{dF_n}{dx} - \frac{dE_i}{dx}\right]$$

از طرف دیگر داشتیم:

$$\mathcal{E}(x) = \frac{1}{q}\frac{dE_i}{dx}$$

در نتیجه

$$J_n(x) = q\mu_n n(x)\mathcal{E}(x) + \mu_n n(x)\frac{dF_n}{dx} - q\mu_n n(x)\mathcal{E}(x)$$

و از آنجا

$$\begin{cases} J_n(x) = \mu_n n(x) \dfrac{dF_n}{dx} & \text{برای الکترون} \\ J_p(x) = \mu_p p(x) \dfrac{dF_p}{dx} & \text{و همینطور برای حفره} \end{cases}$$

بنابراین می‌توان فرآیندهای دیفیوژن و درفت را در کل توسط تغییرات مکانی تراز شبه فرمی جمع‌بندی نمود.

این روابط را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت

$$\begin{cases} J_n(x) = q\mu_n n(x) \dfrac{d(F_n/q)}{dx} = \sigma_n(x) \dfrac{d(F_n/q)}{dx} \\ J_p(x) = q\mu_p p(x) \dfrac{d(F_p/q)}{dx} = \sigma_p(x) \dfrac{d(F_p/q)}{dx} \end{cases}$$

که نشان می‌دهند هرگونه درفت و دیفیوژن در نیمه‌هادی باعث تغییر تراز های شبه فرمی متناظر F_n و F_p می‌گردد.

بدین ترتیب اگر جریان نیمه‌هادی صفر باشد تراز های شبه فرمی ثابت خواهند بود.

فصل پنجم

پیوند p-n

پیوند pn در بیشتر ادوات نیمه‌هادی وجود دارد.

از آن در یکسوسازی، تقویت، سوئیچینگ و... استفاده می‌شود.

در اینجا ابتدا پیوند را در حالت تعادل حرارتی مورد بررسی قرار می‌دهیم و چگونگی عبور الکترون و حفره از روی پیوند مورد مطالعه قرار می‌گیرد. سپس پیوند را تحت بایاس بررسی خواهیم کرد.

پیوند pn به روش‌های مختلفی ساخته می‌شود که از آن جمله عبارتند از:

- پیوند آلیاژی alloyed junction
- پیوند دیفیوزی diffused junction
- کاشت یونی ion implantation

پیوند pn در حالت تعادل

در اینجا هم به صورت کیفی و هم با محاسبات ریاضی پیوند pn را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

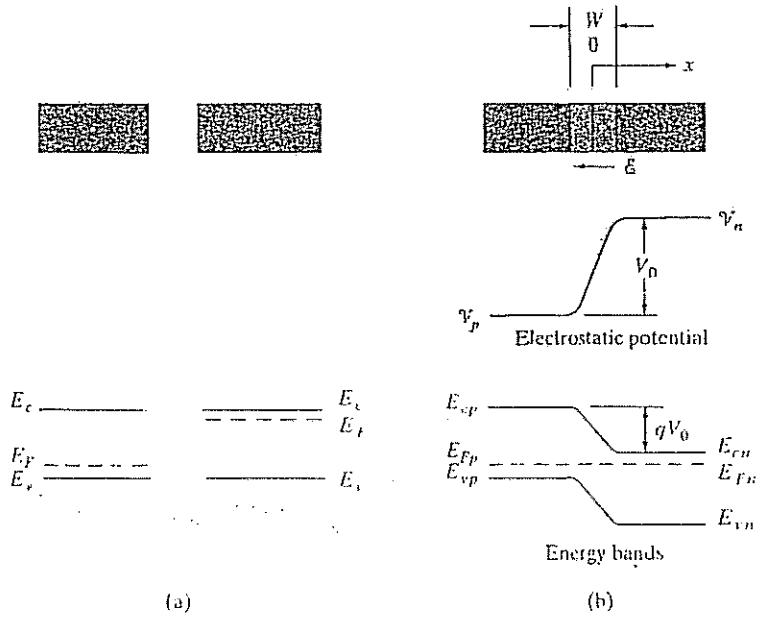
محاسبات ریاضی را ابتدا برای یک پیوند پله‌ای (step junction) انجام می‌دهیم که در نقطه اتصال نیمه‌هادی از نوع p به نوع n تغییر حالت می‌دهد. در این نوع پیوند، در یک طرف نیمه‌هادی نوع p یکنواخت و در طرف دیگر به طور یکنواخت نیمه‌هادی نوع n داریم. این حالت در پیوندهای آلیاژی و دیفیوزی (اپی تاکسیال) برقرار است.

در پیوندهای شیبدار graded junction مقدار $N_d - N_a$ در یک فاصله بزرگ تغییر می‌کند. این حالت در پیوندهای دیفیوزی وجود دارد.

در این بخش خواص پیوند پله‌ای در حالت تعادل بررسی می‌شود که در آن هیچ تحریک خارجی وجود ندارد و هیچ جریان خالص از منطقه نیمه‌هادی نمی‌گذرد.

پتانسیل پیوند Contact potential

در شکل زیر دو قطعه نیمه‌هادی نوع p و نوع n قبل و بعد از تشکیل پیوند نشان داده شده است.



به محض برقراری پیوند حاملها شروع به دیفیوژن می‌کنند زیرا در مرز پیوند گرادیان غلظت وجود دارد. بنابراین الکترونها از طرف n به p و حفره‌ها از طرف p به n حرکت می‌کنند.

دیفیوژن حاملها تا بی‌نهایت نمی‌تواند ادامه یابد زیرا یک میدان الکتریکی مخالف در پیوند تشکیل می‌شود که با تداوم دیفیوژن مخالفت می‌کند. این پدیده با پدیده انتقال هوا، که تا توزیع یکنواخت ادامه می‌یابد، متفاوت است.

ملاحظه می‌شود که

- در قسمت p نزدیک پیوند، به دلیل ترک حفره‌ها، یونهای گیرنده خنثی نشده (N_a^-) باقی می‌مانند.
- در قسمت n نزدیک پیوند، به دلیل ترک الکترون‌ها، یونهای دهنده خنثی نشده (N_d^+) باقی می‌مانند.

بنابراین در نزدیکی پیوند در طرف n یک ناحیه بار فضای مثبت و در طرف p یک ناحیه بار فضای منفی تشکیل می‌شود.

میدان الکتریکی حاصل، از طرف بارهای مثبت به طرف بارهای منفی می‌باشد.

این میدان الکتریکی ξ در جهت مخالفت با دیفیوژن هر کدام از حاملها عمل می‌کند.

ξ یک جریان درفت تولید می‌کند که با جریان دیفیوژن مخالفت می‌کند.

چهار مؤلفه متفاوت برای حرکت ذرات و جریان ناشی از آنها وجود دارد که در شکل نشان داده شده است.

جریان	مؤلفه	حرکت ذره
$\longrightarrow$	دیفیوژن حفره	$\longrightarrow$
$\longleftarrow$	درفت حفره	$\longleftarrow$
$\longrightarrow$	دیفیوژن الکترون	$\longleftarrow$
$\longleftarrow$	درفت الکترون	$\longrightarrow$

در حالت تعادل جریان صفر است بنابراین بایستی جریان درفت، جریان دیفیوژن را کاملاً خنثی کند.

در ضمن چون الکترون - حفره‌ای تولید نمی‌شود پس جریانهای درفت و دیفیوژن هر کدام از حاملها نیز بایستی یکدیگر را خنثی کنند.

$$\begin{cases} J_p(\text{drift}) + J_p(\text{diff.}) = 0 \\ J_n(\text{drift}) + J_p(\text{diff}) = 0 \end{cases}$$

بنابراین میدان $\mathcal{E}$ به قدری بزرگ می‌شود که جریان خالص در حالت تعادل صفر گردد.

طول ناحیه بارفضا ناشی از میدان الکتریکی حاصله در حوالی پیوند W می‌باشد.

در حالت تعادل، اختلاف پتانسیلی برابر V_0 روی W وجود دارد.

پتانسیل دارای گرادیانی در جهت خلاف $\mathcal{E}$ است، زیرا:

$$\mathcal{E} = \frac{-dV}{dx}$$

فرض می‌کنیم در خارج ناحیه بارفضا (در ناحیه خنثی)، میدان الکتریکی صفر است یعنی در ناحیه خنثای n، V_n ثابت است و در ناحیه خنثای p، V_p ثابت می‌باشد.

اختلاف پتانسیل بین این دو ناحیه برابر است با:

$$V_0 = V_n - V_p$$

- ناحیه W را ناحیه گذر transition region نیز نام دارد.

- V_0 را پتانسیل پیوند یا پتانسیل دیفیوژن می‌نامند.

- V_0 یک پتانسیل داخلی است و نمی‌توان آن را با ولتمتر اندازه‌گیری کرد. زیرا در هر پروب اتصال جدیدی تشکیل می‌شود که فقط V_0 را خنثی می‌کند.

محاسبه V_0 برحسب غلظت حامل در دو طرف پیوند . با در نظر گرفتن شرط تعادل در مسیر جریان درفت و دیفیوژن

برای حفره داریم:

$$J_p(x) = J_p(drift) + J_p(diff) = 0$$

$$J_p(x) = q\left[\mu_p p(x)\mathcal{E}(x) - D_p \frac{dp(x)}{dx}\right] = 0$$

$$\Rightarrow \mu_p p(x)\mathcal{E}(x) = D_p \frac{dp(x)}{dx} \Longrightarrow \frac{\mu_p}{D_p}\mathcal{E}(x) = \frac{1}{p(x)}\frac{dp(x)}{dx}$$

$$\mathcal{E}(x) = \frac{-dV(x)}{dx}$$

رابطه انیشتین

$$\Longrightarrow \frac{-q}{KT}\frac{dV(x)}{dx} = \frac{1}{p(x)}\frac{dp(x)}{dx}$$

با انتگرال‌گیری در طرفین پیوند:

$$\frac{-q}{KT}dV(x) = \frac{dp(x)}{p(x)}$$

$$\frac{-q}{KT}\int_{V_p}^{V_n} dV(x) = \int_{p_p}^{p_n}\frac{1}{p}\,dp$$

$$\frac{-q}{KT}\underbrace{(V_n - V_p)}_{V_0} = \ln p_n - \ln p_p = -\ln\frac{p_p}{p_n}$$

$$\Longrightarrow \boxed{V_0 = \frac{KT}{q}\ln\frac{p_p}{p_n}} \quad (*)$$

غلظت حامل اکثریت در سمت آنودی N_a و در سمت کاتودی N_d در دو طرف پیوند

$$\begin{cases} p_p = N_a \\ p_n = \dfrac{n_i^2}{n_n} = \dfrac{n_i^2}{N_d} \end{cases}$$

$$\boxed{V_0 = \frac{KT}{q}\ln\frac{N_a \cdot N_d}{n_i^2}} \quad (**)$$

② را مرور کنید به این صورت نیز نوشت،

$$\boxed{\frac{p_p}{p_n} = e^{qV_0/KT}}$$

چون در حالت تعادل داریم،

$$p_p n_p = p_n n_n = n_i^2$$

$$\boxed{\frac{p_p}{p_n} = \frac{n_n}{n_p} = e^{qV_0/KT}}$$

این رابطه خیلی مهم است. برای رسم منحنی I-V پیوند pn

مثال ۱

یک نیمه‌رسانای Ge با دارای $N_d = 10^{16}\ cm^{-3}$ می‌باشد که با یک قطعه Ge دیگر با $N_a = 3\times10^{18}\ cm^{-3}$ پیوند تشکیل می‌دهد.

a - وضعیت تراز فرمی در نواحی p و n را در 300K محاسبه کنید

b - دیاگرام باند را در حالت پیوند رسم کرده و پتانسیل پیوند (V_0) را از روی دیاگرام محاسبه کنید.

c - با استفاده از رابطه (**) صفحه قبل، V_0 را محاسبه و مقایسه کنید.

حل:

$$\begin{cases} p_p = N_a = 3\times10^{18}\ cm^{-3} \\ n_n = N_d = 10^{16}\ cm^{-3} \end{cases}$$

$$\boxed{n_i(Ge)\big|_{300K} = 2.5\times10^{13}\ cm^{-3}}$$

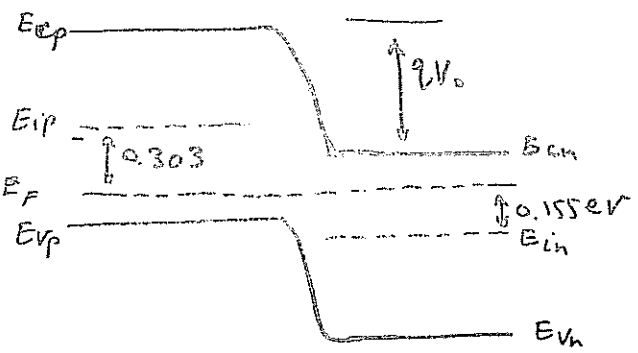
$E_g = 0.67\ eV$

در طرف p: $p_p = n_i e^{(E_{ip}-E_{Fp})/KT} \Longrightarrow E_{ip}-E_{Fp} = KT\ln\frac{p_p}{n_i} = 0.0259\times\ln\frac{3\times10^{18}}{2.5\times10^{13}}$

$$\Longrightarrow \boxed{E_{ip}-E_{Fp} = 0.303\ eV}$$

در طرف n

$$E_{Fn}-E_{in} = 0.0259\ln\frac{10^{16}}{2.5\times10^{13}} = 0.155\ eV$$



$$qV_0 = E_{cp}-E_{cn} = E_{ip}-E_{in}$$

$$\Longrightarrow \boxed{V_0 = 0.303+0.155 = 0.458\ V}$$

از طرف

$$V_0 = \frac{KT}{q}\ln\frac{N_a\cdot N_d}{n_i^2} = 0.0259\ln\frac{3\times10^{18}\times10^{16}}{6.25\times10^{26}} = 0.458\ V$$

که با نتیجه فوق سازگار است

مثال ۲ - اگر نیمه‌رسانا سیلیکن باشد

p) $E_{ip}-E_{Fp} = 0.0259\ln\frac{3\times10^{18}}{1.5\times10^{10}} = 0.495\ eV$

n) $E_{Fn}-E_{in} = 0.0259\ln\frac{10^{16}}{1.5\times10^{10}} = 0.347\ eV$

$$\Longrightarrow \boxed{V_0 = 0.495+0.347 = 0.842\ V}$$

از طرفی:

$$V_0 = 0.0259\ln\frac{3\times10^{18}\times10^{16}}{2.25\times10^{20}} = 0.842\ V$$

ترازهای فرمی در حالت تعادل

دانستیم که در حالت تعادل تراز فرمی باید در تمام جسم ثابت باشد. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\frac{p_p}{p_n} = e^{qV_0/KT} = \frac{N_V e^{-(E_{Fp}-E_{Vp})/KT}}{N_V e^{-(E_{Fn}-E_{Vn})/KT}}$$

هر دو طرف کسر:

$$n_0 = N_c e^{-(E_c-E_F)/KT}$$

$$p_0 = N_V e^{-(E_F-E_V)/KT}$$

$$\Rightarrow e^{qV_0/KT} = e^{(E_{Fn}-E_{Vn})/KT} \; e^{(E_{Vp}-E_{Fp})/KT}$$

$$\Rightarrow e^{qV_0/KT} = e^{(E_{Fn}-E_{Vn}+E_{Vp}-E_{Fp})/KT}$$

$$E_{Fn} = E_{Fp}$$

$$\Rightarrow \boxed{qV_0 = E_{Vp} - E_{Vn}}$$

در صورت اعمال ولتاژ بایاس تراز فرمی در طرف n و p نسبت به یکدیگر بالا یا پایین رفته می‌رود. تغییر انرژی برحسب الکترون ولت برابر مقدار عددی ولتاژ اعمال شده برحسب ولت می‌باشد.

ناحیه بار فضا در اطراف پیوند

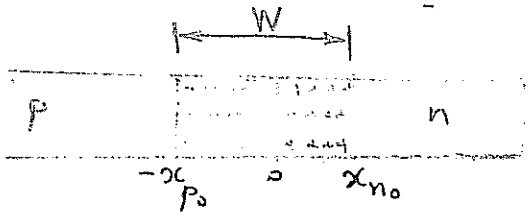
در ناحیه بار فضا الکترون‌ها و حفره‌ها در حال حرکت از یک طرف پیوند به طرف دیگر هستند.

برخی الکترون‌ها	n ناحیه $\xrightarrow{\text{حرکت}}$ p ناحیه	(دیفیوژن)
برخی الکترون‌ها	$p \longrightarrow n$	(درفت، به دلیل میدان E)
برخی حفره‌ها	$p \longrightarrow n$	(دیفیوژن)
برخی حفره‌ها	$n \longrightarrow p$	(درفت)

تعداد حامل‌ها در هر لحظه در ناحیه بار فضا خیلی کم است زیرا میدان الکتریکی حامل‌های سرگردان را به خارج W جارو می‌کند. بنابراین:

با تقریب خوبی می‌توان گفت که بار فضا در این ناحیه فقط ناشی از یونهای گیرنده و دهنده خنثی نشده می‌باشد. این تقریب را تقریب تخلیه depletion approximation گویند که در عمل بسیار آن استفاده می‌شود.

ناحیه بار فضا، چگالی بار و میدان الکتریکی پیوند در شکل زیر رسم شده است.



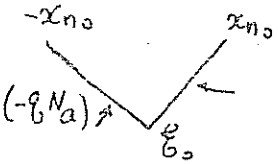
چگالی بار $\rho(x)$

qN_d^+ $\longleftarrow Q^+ = qAx_{n_0}N_d$ (A سطح مقطع است)

$-x_{p_0}$ x_{n_0} x

$Q^- = -qAx_{p_0}N_a$ $-qN_a^-$

$\mathcal{E}(x)$



شیب $\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{1}{\epsilon}(-qN_a)$ شیب $\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{1}{\epsilon} qN_d$

(ϵ ضریب گذردهی در نیمه‌هادی است)

با صرفنظر از حامل‌های در ناحیه بار فقط :

$\approx q(N_d)$ چگالی بار در ناحیه n

$-q N_a$ چگالی بار در ناحیه p

اگر $N_a < N_d$ باشد، بایستی طول ناحیه تخلیه در طرف p بیشتر از طرف n باشد. (سمت آبا یک باشد)

سطح مقطع A باشد

$$q A x_{p_0} N_a = q A x_{n_0} N_d$$

با بررسی میدان الکتریکی در ناحیه تخلیه از مقابله پواسن شروع می‌کنیم که شیب آن (میدان الکتریکی) را به بار فضا در هر نقطه x مرتبط می‌کند.

ϵ = ثابت دی‌الکتریک (permittivity)

$$\frac{d\mathcal{E}(x)}{dx} = \frac{q}{\epsilon}\left(p - n + N_d^+ - N_a^-\right)$$

(در ناحیه بار فقط هر نقطه)

با فرض $N_d^+ = N_d$ ، $N_a^- = N_a$

$$\begin{cases} \dfrac{d\mathcal{E}}{dx} = \dfrac{q}{\epsilon} N_d & : 0 < x < x_{n_0} \\ \dfrac{d\mathcal{E}}{dx} = \dfrac{-q}{\epsilon} N_a & : -x_{p_0} < x < 0 \end{cases}$$

با توجه به روابط فوق مشاهده می‌شود که منحنی $\mathcal{E}(x)$ برحسب x دارای شیب مثبت در ناحیه n و شیب منفی در ناحیه p است.

تا برای میدان الکتریکی در محل پیوند تا دو طرف صفر حاصل می‌کند زیرا این نقطه بین Q^+ و Q^- قرار دارد.

انتگرال‌گیری

(در طرف خنثی) فضا $\mathcal{E}$ همه جا منفی است (در دو ناحیه باقیمانده)

$$\int_{\mathcal{E}_0}^{0} d\mathcal{E} = \frac{q}{\epsilon} N_d \int_0^{x_{n_0}} dx \quad : 0 < x < x_{n_0}$$

$$\int_{0}^{\mathcal{E}_0} d\mathcal{E} = \frac{-q}{\epsilon} N_a \int_{-x_{p_0}}^{0} dx \quad : -x_{p_0} < x < 0$$

در نتیجه

$$\Longrightarrow \mathcal{E}_0 = \frac{-q}{\epsilon} N_d x_{n_0} = \frac{-q}{\epsilon} N_a x_{p_0}$$

از طرفی

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{dV(x)}{dx} \xrightarrow{\int} -V_0 = \int_{-x_{p_0}}^{x_{n_0}} \mathcal{E}(x)\,dx$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} V_0 \overset{\text{کاذبی}}{=} \dfrac{-1}{2}\mathcal{E}_0 W = \dfrac{1}{2}\dfrac{q}{\epsilon} N_d x_{n_0} W \\ x_{n_0} N_d = x_{p_0} N_a \\ W = x_{n_0} + x_{p_0} \end{cases} \Longrightarrow x_{n_0} = \frac{W N_a}{N_a + N_d} \Longrightarrow \boxed{V_0 = \frac{1}{2}\frac{q}{\epsilon}\frac{N_a N_d}{N_a + N_d} W^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{W = \left[\frac{2\epsilon V_0}{q}\left(\frac{N_a+N_d}{N_aN_d}\right)\right]^{1/2} = \left[\frac{2\epsilon V_0}{q}\left(\frac{1}{N_a}+\frac{1}{N_d}\right)\right]^{1/2}}$$

این رابطه منتهی را به ازای مختلف داشته است ،

$$W = \left[\frac{2\epsilon KT}{q^2}\left(\ln\frac{N_aN_d}{n_i^2}\right)\left(\frac{1}{N_a}+\frac{1}{N_d}\right)\right]^{1/2}$$

$$x_{p_0} = \frac{WN_d}{N_a+N_d} = \frac{W}{1+N_a/N_d} = \left\{\frac{2\epsilon V_0}{q}\left[\frac{N_d}{N_a(N_a+N_d)}\right]\right\}^{1/2}$$

$$x_{n_0} = \frac{WN_a}{N_a+N_d} = \frac{W}{1+N_d/N_a} = \left\{\frac{2\epsilon V_0}{q}\left[\frac{N_a}{N_d(N_a+N_d)}\right]\right\}^{1/2}$$

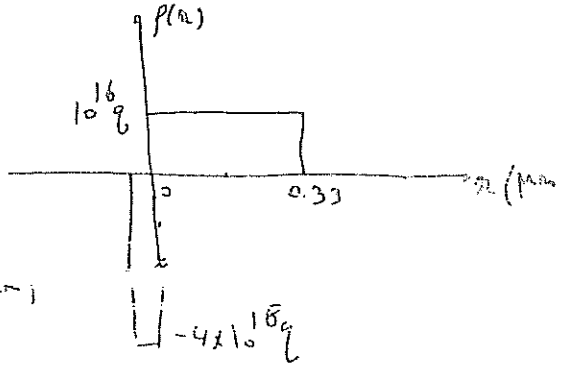
- در هر نیمه‌ای که رقیق‌تر است نفوذ لایه بار فضا بیشتر است.
- رابطه‌ی فوق نشان می‌دهد که $W \sim V_0^{1/2}$
- جهت اعمال بایاس، ولتاژ اعمال شده تواند تا حد زیادی روی ناحیه‌گذار را نسبت به نوع ولتاژ تغییر دهد.

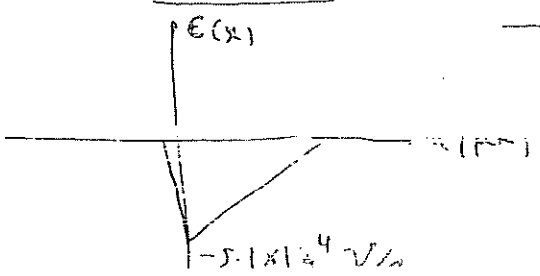
مثال: فرض کنید روی یک سیلیکن نوع n ($N_d = 10^{16}\,cm^{-3}$)، آلومینیم به صورت یک پوشش نازک با سطح مقطع دایره‌ای به قطر (میلیمتر) 20 mil، آلیاژ شود (alloyed). با فرض اینکه $N_a = 4\times10^{18}\,cm^{-3}$ در ناحیه آلیاژ شده، V_0 ، x_{n_0} ، x_{p_0} ، Q^+ و $\mathcal{E}_m$ را در حالت تعادل در 300^K حساب کنید.

$$V_0 = \frac{KT}{q}\ln\frac{N_aN_d}{n_i^2} = 0.0259\ln\frac{4\times10^{34}}{2.25\times10^{20}} = 0.85\,V$$

$$W = \left[\frac{2\epsilon V_0}{q}\left(\frac{1}{N_a}+\frac{1}{N_d}\right)\right]^{1/2} = \left[\frac{2\times11.8\times8.85\times10^{-14}\times0.85}{1.6\times10^{-19}}\left(0.25\times10^{-18}+10^{-16}\right)\right]^{1/2}$$

$$W = 3.34\times10^{-5}\,cm = 0.334\,\mu m$$





٤٨

$$x_{n_0} = \frac{3.34\times10^{-5}}{1+0.0025} \approx 0.333\ \mu m$$

$$x_{p_0} = \frac{W}{1+N_a/N_d} = \frac{3.34\times10^{-5}}{1+400} = 8.3\times10^{-8}\ cm = 8.3\ \mathring{A}$$

$\Rightarrow x_{n_0} \simeq W$

$$A = \pi r^2 = \pi\left(\frac{2.54\times20\times10^{-3}}{2}\right)^2 = 2.03\times10^{-3}\ cm^2$$

$$Q^+ = -Q^- = qAx_{n_0}N_d = (1.6\times10^{-19})(2.03\times10^{-3})(3.33\times10^{-5})(10^{16})$$

$$= 1.08\times10^{-10}\ C$$

$$\mathcal{E}_0 = \frac{-qN_dx_{n_0}}{\epsilon} = \frac{-1.6\times10^{-19}\times10^{16}\times3.33\times10^{-5}}{11.8\times8.85\times10^{-14}} = -5.1\times10^{4}\ V/cm$$

$$V_0 = \frac{1}{2}\mathcal{E}_0W = \frac{1}{2}\times5.1\times10^{4}\times0.334\times10^{-4} = 0.85\ V$$

این مقدار دقیقاً برابر است با

نسبیت

پیوند بایاس مستقیم و معکوس در حالت دائمی

* ویژگیهای پیوند pn

- جریان از p به n آزادانه جاری می‌شود اگر ناحیه p نسبت به ناحیه n به ولتاژ مثبت تری وصل شود.
- جریان در جهت دیگر تقریباً صفر می‌باشد.
- کاربرد پیوند pn لیزر، کلیدکننده، خازن متغیر با ولتاژ، فتوسل، دیود نورانی و ...

توصیف کیفی جریان در یک پیوند

وقتی یک پیوند بایاس می‌شود: فرض بر این است که ولتاژ بایاس V عمدتاً بر روی ناحیه گذار قرار می‌گیرد نه نواحی خنثای p و n. البته عملاً مقداری ولتاژ روی نواحی خنثی افت می‌کند لیکن دو دلیل باعث می‌شود که این افت ولتاژ ناچیز باشد: اولاً طول این نواحی در مقایسه با مساحت آنها کوچک است و ثانیاً غلظت این نواحی در بیشتر موارد متوسط یا زیاد است که باعث می‌شود مقاومت ناحیه خنثی کم باشد.

افت ولتاژ روی ناحیه خنثی

با اعمال ولتاژ، سد پتانسیل الکترواستاتیکی در غیاب میدان الکتریکی در ناحیه گذار تغییر کرده و در نتیجه جریان تغییر می‌کند. ضمناً جداسازی بارهای آزاد نیز رخ می‌دهد.

انشکاف شکافته شدن

با اعمال ولتاژ بایاس:
- در بایاس مستقیم: سد پتانسیل به اندازه V_f کاهش می‌یابد به $V_0 - V_f$ می‌رسد
- در بایاس معکوس: " " V_r افزایش " $V_0 + V_r$ می‌رسد

در ناحیه گذار میدان الکتریکی ایجاد می‌شود که می‌توان آن را از روی سد پتانسیل بدست آورد.
- در بایاس مستقیم میدان کاهش می‌یابد
- در بایاس معکوس میدان افزایش می‌یابد

تغییر میدان الکتریکی سبب تغییر عرض ناحیه گذار W می‌گردد. (به دلیل کمبود یون حامل‌ها)

تغییر W

- در بایاس مستقیم: عرض W کاهش می‌یابد (ارتفاع کوچکتر بار فضایی خنثی شده کمتر). برای محاسبه عرض W می‌توان مقدار عددی $V_0 - V_f$ را به جای V_0 جایگزین کرد. پس کاهش میدان باعث تغییر در ایجاد پتانسیل داخلی بوده است و نه افزایش W
- در بایاس معکوس عرض W افزایش می‌یابد.

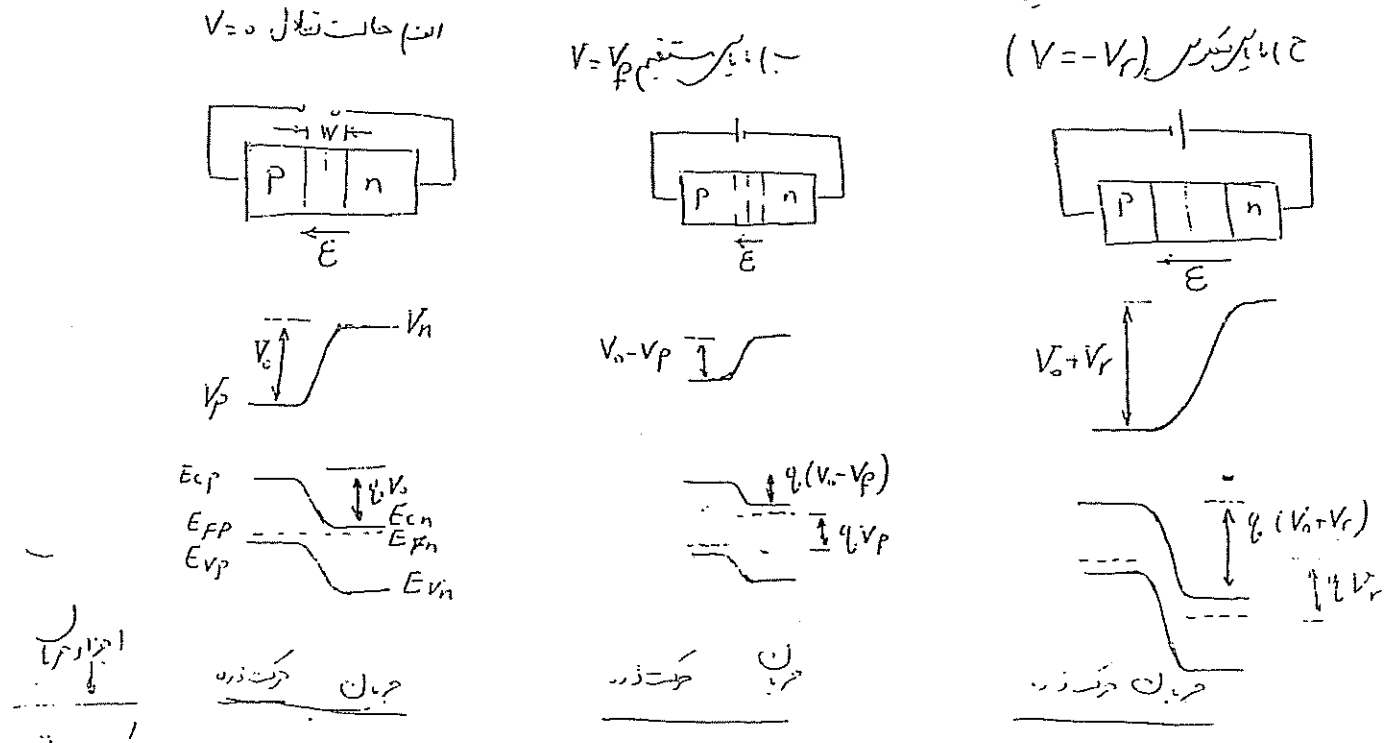
تکنیک

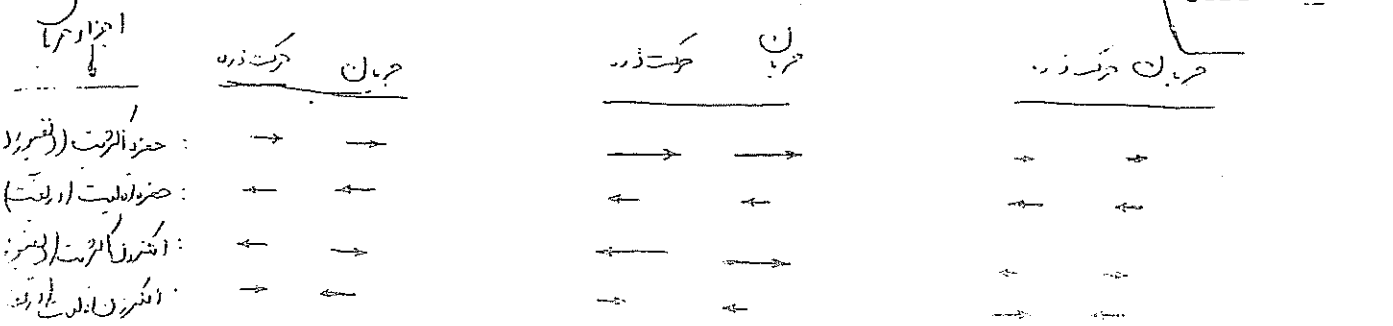
- در بایاس مستقیم: [illegible] تعادل حداقل می‌ماند که اکثر بحث $q(V_0 - V_f)$ می‌باشد
- در بایاس معکوس: [illegible] $q(V_0 + V_r)$ می‌باشد

جدایی تراز انرژی فرمی { در بایاس مستقیم: $E_{Fn} - E_{Fp} = qV_f$

در بایاس معکوس: $E_{Fp} - E_{Fn} = qV_r$

در شکل زیر مطالب فوق نمایش داده شده اند.





توضیح اجزاء جریان

(*) جریان دیفیوژن: ناشی از سرریز شدن حامل اکثریت (الکترون طرف n و حفره طرف p) به طرف مقابل پیوند می باشد.

- در حالت بدون بایاس: تعداد الکترون (اکثریت) دارای انرژی کافی برای غلبه بر سد پتانسیل می باشند (همچنین حفره اکثریت)
- در بایاس مستقیم: ارتفاع سد کاهش یافته در نتیجه تعداد بیشتری حامل اکثریت از سد عبور کرده در نتیجه جریان دیفیوژن افزایش پیدا کرده
- در بایاس معکوس ارتفاع سد زیاد شده و تقریباً هیچ نوع حامل اکثریتی نمی تواند از سد عبور کند. در نتیجه در بایاس معکوس جریان دیفیوژن ناچیز است.

(*) جریان درفت - جریان درفت تقریباً مستقل از ارتفاع سد پتانسیل می باشد. در صورتی که در بایاس معکوس جریان درفت زیاد تعداد حامل های اقلیت در نزدیکی سد پتانسیل محدود می شود و ...

بنابراین جریان دیفیوژن بستگی زیادی به ولتاژ اعمال شده ندارد.

حاملهای اقلیت در هر طرف پیوند که در جریان دیفیوژن شرکت دارند، از طریق تحریک حفره الکترون - حفره تولید می‌شوند.

فوتون تولید یک EHP در نزدیکی پیوند در طرف p، یک الکترون اقلیت در ناحیه p تولید می‌کند. اگر این EHP در محدوده طول نفوذ (L_n) باشد: الکترون می‌تواند به درون پیوند دیفیوز کرده و گذشته از آن به ناحیه n برسد. این جریان حاملهای تولیدی که در آنجا به خارج پیوند رانده می‌شود، جریان تولید generation current گویند. جریان تولید می‌تواند با تحریک نوری EHP ها در نزدیکی پیوند بیشتر افزایش یابد (فوتودیود پیوندی pn).

جریان دریفت = جریان اقلیت = جریان تولید $I(gen)$

جریان کل گذرنده از پیوند از جمع جریانهای دیفیوژن و دریفت تشکیل می‌شود.

$$I = I(diff) - |I(gen)| \quad : V=0$$

در حالت تعادل

دریفت ناشی از

به طور مستقیم احتمال دیفیوژن حامل به طرف مقابل پیوند با ضریب $\exp\left(\frac{qV_f}{KT}\right)$ افزایش می‌یابد. بنابراین

جریان دیفیوژن $\propto \exp(qV/KT)$

به همین ترتیب برای بایاس معکوس $V = -V_r$

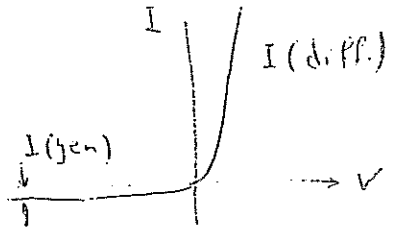
جریان حالت تعادل دیفیوژن = جریان دریفت = جریان تولید = $|I(gen)|$

$$I(diff) = |I(gen)|\, e^{qV/KT}$$

$$I = |I(gen)|\left(e^{qV/KT} - 1\right)$$

$$= I_s\left(e^{qV/KT} - 1\right)$$

جریان اشباع معکوس



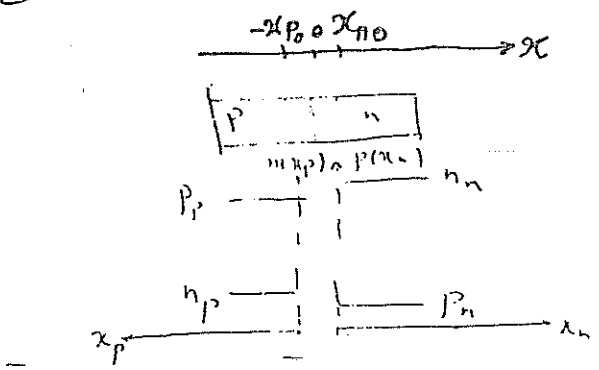
روش کمی — محاسبه جریان در یک پیوند p-n

به دو روش انجام می‌شود:

۱- با استفاده از توزیع حاملهای اقلیت در لبه‌های ناحیه گذار

۲- با استفاده از بار ذخیره شده حالت دائمی

تزریق حامل‌ها



در حالت تعادل

$$\frac{p_p}{p_n} = e^{qV_0/KT}$$

در حالت بایاس رابطه فوق به ترتیب تعدیل می‌شود.

$$\frac{p(-x_{p_0})}{p(x_{n_0})} = e^{q(V_0-V)/KT}$$

$$p(-x_{p_0}) \simeq p_p$$ پس از بایاس، غلظت اکثریت خیلی تغییر نکرده

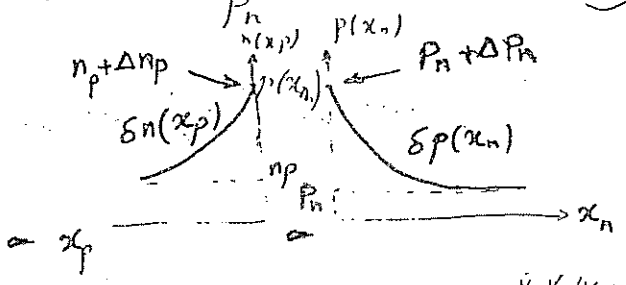
$$\frac{p(x_{n_0})}{p_n} = e^{qV/KT}$$ از تعیین (۱) ⇐

اقلیت‌ها در طرف n در لبه ناحیه تخلیه افزایش چشمگیری دارند ⇐ این به حالت تعادل

(به این پدیده Minority Carrier Injection گویند)

- در بایاس مستقیم $p(x_{n_0})$ کمتر از p_n خواهد بود.
- همین ترتیب برای الکترون‌ها

Minority Carrier Injection



از تزریق حامل‌ها بایاس مستقیم سبب تزریق حامل‌های اقلیت داخل منطقه‌ها بدون ناحیه n و الکترون‌ها بدون ناحیه p می‌شود:

$$\Delta p_n = p(x_{n_0}) - p_n = p_n\left(e^{qV/KT}-1\right)$$

$$\Delta n_p = n(-x_{p_0}) - n_p = n_p\left(e^{qV/KT}-1\right)$$

حال این حامل‌ها در ناحیه‌ها دفیوژن می‌کنند. طبق معادله دیفیوژن:

$$\delta n(x_p) = \Delta n_p e^{-x_p/L_n} = n_p\left(e^{qV/KT}-1\right)e^{-x_p/L_n}$$

$$\delta p(x_n) = \Delta p_n e^{-x_n/L_p} = p_n\left(e^{qV/KT}-1\right)e^{-x_n/L_p}$$

با فرض اینکه طول نواحی p و n خیلی بزرگتر از طول پخش الکترون و حفره‌ها

در نتیجه:

$$I_p(x_n) = -qAD_p\frac{d\delta p(x_n)}{dx_n} = qA\frac{D_p}{L_p}\Delta p_n e^{-x_n/L_p} = qA\frac{D_p}{L_p}\delta p(x_n)$$

مشاهده می‌شود که دیفیوژن حفره در هر نقطه x_n متناسب با غلظت حفره در آن نقطه می‌باشد.

جریان کل حفره تزریق شده بدون ناحیه n با محاسبه رابطه فوق در $x_n=0$ بدست می‌آید:

$$I_p(x_n=0) = qA\frac{D_p}{L_p}\Delta p_n = \frac{qAD_p}{L_p}p_n\left(e^{qV/KT}-1\right)$$

به همین ترتیب الکترون‌های تزریق شده بدون ناحیه p

$$I_n(x_p=0) = -\frac{qAD_n}{L_n}\Delta n_p = -\frac{qAD_n}{L_n}n_p\left(e^{qV/KT}-1\right)$$

علامت منفی به این معنی است که جریان در جهت مثبت x می‌باشد.

با در نظر گرفتن ترکیب در ناحیه گذار، که تقریب دیود ایده‌آل شاکلی ناصحیح می‌شود، ملاحظه می‌شود که هر الکترونی که به $-x_p$ برسد باعث از x_n نیز صورت گیرد. بنابراین جریان کل دیود I برابر است با:

$$I = I_p(x_n=0) - I_n(x_p=0) = \frac{qAD_p}{L_p}\Delta p_n + \frac{qAD_n}{L_n}\Delta n_p$$

$$\boxed{I = qA\left(\frac{D_p}{L_p}p_n + \frac{D_n}{L_n}n_p\right)\left(e^{qV/KT}-1\right) = I_0\left(e^{qV/KT}-1\right)}$$ معادله دیود

این معادله شبیه معادله پیشین است که به روش کیفی است.

این معادله هم برای بایاس مستقیم و هم بایاس معکوس معتبر است. $\xrightarrow{\frac{KT}{q}} I_0 = -qA\left(\frac{D_p}{L_p}p_n + \frac{D_n}{L_n}n_p\right) = -I_0$

پیوند p^+n و n^+p

یک مفهوم معادله دیود فوق این است که جریان کل در محل پیوند بطور عمده تحت تأثیر حامل‌های تزریق شده از ناحیه سبک‌تر به درون ناحیه رقیق‌تر قرار می‌گیرد.

p^+n ⟹ n_p حامل‌های اقلیت p در طرف n ⟹ p_n حامل‌های اقلیت n در طرف p ⟹ n^+p

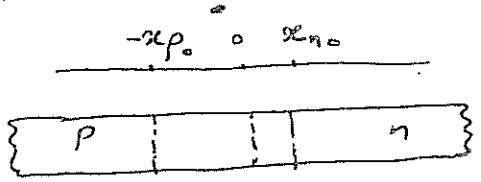
p^+n ⟹ تزریق حفره‌ها - تنها سهم قابل توجه

n^+p ⟹ تزریق الکترون‌ها - تنها سهم قابل توجه

مثال: چرا در دو برابر کردن جریان حفره‌ها در یک پیوند p^+n نیازی به دو برابر کردن غلظت n_p نیست بلکه کافی است میزان ناخالصی کردن سمت طرف n را کمی زیاد دادن. زیرا در آن صورت p_n (اقلیت) دو برابر و جریان حاصل نیز دو برابر خواهد شد (طبق معادله دیود)

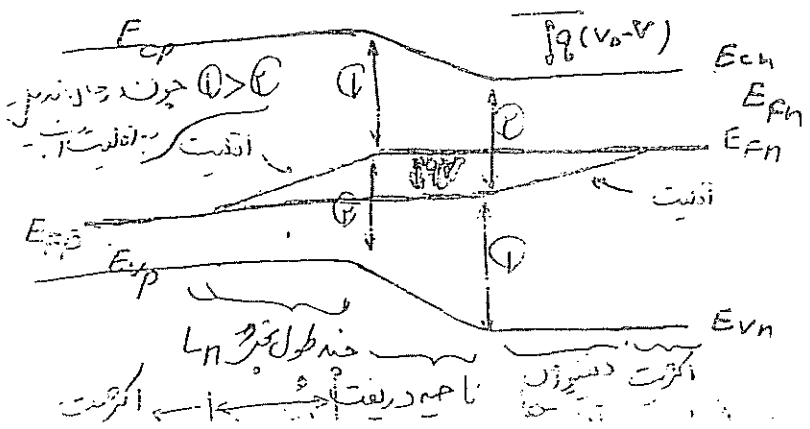
در پیوند p^+n یا n^+p که ناحیه کمتر آلاییده طرف رقیق‌تر می‌باشد، دارای مقاومت بیشتری در آن ناحیه می‌باشد مثلاً، در دیود سیلیکونی $N_d = 10^{14}\ cm^{-3}$ با n در پیوند ساخته شده از تزریق مخالف (Counterdoping) این نوع پیوند معادل نامیده می‌شود. مشترک بخش‌های سبک‌تر n با روش رشد از طریق کاشت یونی یا دیفیوژن با ناخالصی گیرنده با غلظت خیلی بزرگتر (مثلاً $10^{16}\ cm^{-3}$) تزریق کرد.

باند انرژی پیوند pn



- در درون ناحیه تخلیه، تراز فرمی به دو تراز شبه فرمی F_n و F_p تبدیل می‌شود که بمیزان qV از هم فاصله دارند (ولتاژ بایاس).
- انرژی qV نشان‌دهنده انحراف از حالت تعادل می‌باشد.
- در بایاس مستقیم در ناحیه تخلیه داریم:

$$p = n_i e^{(E_i - E_p)/KT}$$
$$n = n_i e^{(F_n - E_i)/KT}$$
$$pn = n_i^2 e^{(F_n - F_p)/KT}$$
$$pn = n_i^2 e^{qV/KT}$$



- در هر کدام از طرفین پیوند، تراز شبه فرمی حامل‌های اقلیت بیشترین تغییرات را دارد. لیکن چون غلظت حامل‌های اکثریت خیلی تغییر نمی‌کند پس تراز شبه فرمی حامل‌های اکثریت نزدیک مقدار اولیه خود می‌باشد.

دیده می‌شود که تراز فرمی در درون ناحیه تخلیه کم و بیش تخت هستند که با آنچه که قبلاً آموخته‌ایم ناسازگار است که گفتیم جریان متناسب با گرادیان تراز شبه فرمی است. ~~با توجه به غلظت تعیین~~ با یادآوری آنکه جریان یک دیود ایده‌آل، جریان الکترون (و حفره) در طول ناحیه تخلیه ثابت است، حاصلضرب گرادیان تراز شبه فرمی و غلظت حامل باید مستقل از مکان باشد. برای یک جریان معین، گرادیان تراز شبه فرمی برای حامل اقلیت می‌بایست بزرگ باشد زیرا غلظت حامل اقلیت کم است زیرا داریم:

$$J_n(x) = q\mu_n n \frac{d(F_n/q)}{dx} \quad \text{و} \quad J_p(x) = q\mu_p p \frac{d(F_p/q)}{dx}$$

از طرف دیگر، برای حامل‌های اکثریت، گرادیان کمی در تراز شبه فرمی مورد نیاز است.

در درون W یک حالت بینابینی وجود دارد، زیرا در این ناحیه غلظت حامل‌ها در حال تغییر از اکثریت در یک طرف به اقلیت در طرف دیگر می‌باشد. گرچه F_n و F_p در ناحیه W دارای مقدار متغیر است لیکن شکل فرق با مقیاس واقعی رسم نشده است و در این مقیاس این تغییرات محسوس نیست. (تمرین)

در خارج ناحیه تخلیه، تراز شبه فرمی برای حامل‌های اقلیت بطور خطی تغییر کرده و نهایتاً به تراز فرمی می‌پیوندد. در مقابل، غلظت حامل‌های اقلیت بطور نمایی با مکان کاهش می‌یابد. در حقیقت چند طول پخش لازم است که تراز شبه فرمی را قطع کند، که در آنجا غلظت حامل اقلیت برابر با غلظت حامل اکثریت است. در نهایت تراز شبه فرمی به E_F می‌رسد که در آنجا برای مثال $\delta p(x_n) = p_n$.

روش دیگر برای محاسبه جریان کل

روش ساده‌تر برای محاسبه جریان کل در نظر گرفتن جریان تزریقی لبه‌ای تأمین کننده حامل‌های اضافی است (شکل بعد). بعنوان مثال، $I_p(x_n=0)$ سرعت حفره‌های گامی در واحد زمان فراهم آورد تا توزیع غیرحالت دائمی $\delta p(x_n)$ را حفظ کند. با ترکیب حفره‌ها با حفره‌ها که باعث کل ذخیره شده در توزیع حامل‌های اضافی در هر لحظه از زمان عبارت است

$$Q_p = qA\int_0^\infty \delta p(x_n)\,dx_n = qA\Delta p_n \int_0^\infty e^{-x_n/L_p}\,dx_n = qAL_p\Delta p_n$$

$$= L_p$$

لذا، حفره متوسط حفره‌ها [illegible] توزیع کل بار [illegible] است.

با ترکیب شده و باقی‌مانده این مدت [illegible] جایگزین شوند. جریان حفره تزریقی در $x_n=0$ برای حفظ توزیع حامل‌ها،

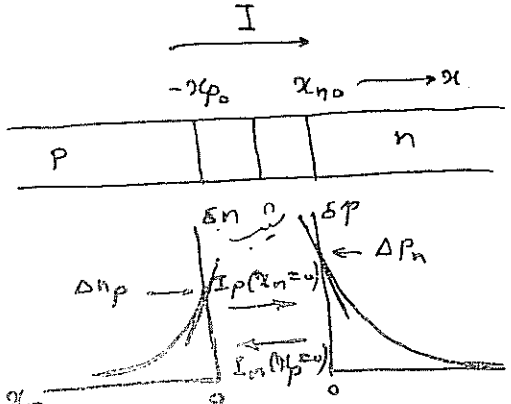
بطوریکه باید با کل تقسیم بر زمان متوسط برای جایگزینی می‌باشد.

$$I_p(x_n=0)=\frac{Q_p}{\tau_p}=qA\frac{L_p}{\tau_p}\Delta p_n=qA\frac{D_p}{L_p}\Delta p_n \Longleftarrow \frac{D_p}{L_p}=\frac{L_p}{\tau_p}$$

این رابطه با رابطه بدست آمده در روش قبلی یکسان می‌باشد. بهمین ترتیب جریان برای الکترونها نیز محاسبه و استخراج کرد.

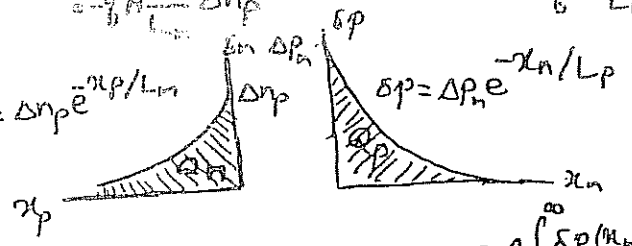
این روش "تقریب کنترل بار" نامیده می‌شود و نشان می‌دهد که حاملهای اقلیت تزریق شده به دو طرف پیوند pn بدون ناحیه خنثی دیفیوز کرده و با حاملهای اکثریت باز ترکیب می‌شوند.

در ناحیه خنثی جریان حاملهای اقلیت [مثلاً $I_p(x_n)$] بطور نمایی با مکان کاهش می‌یابد. بنابراین چندین طول نفوذ آنطرف‌تر از پیوند، بیشتر جریان کل توسط حاملهای اکثریت جریان می‌یابد.



$$I_n(x_p=0)=qAD_n\frac{d\delta n}{dx_p}\Big|_{x_p=0}=-qA\frac{D_n}{L_n}\Delta n_p$$

$$I_p(x_n=0)=-qAD_p\frac{d\delta p}{dx_n}\Big|_{x_n=0}=qA\frac{D_p}{L_p}\Delta p_n$$



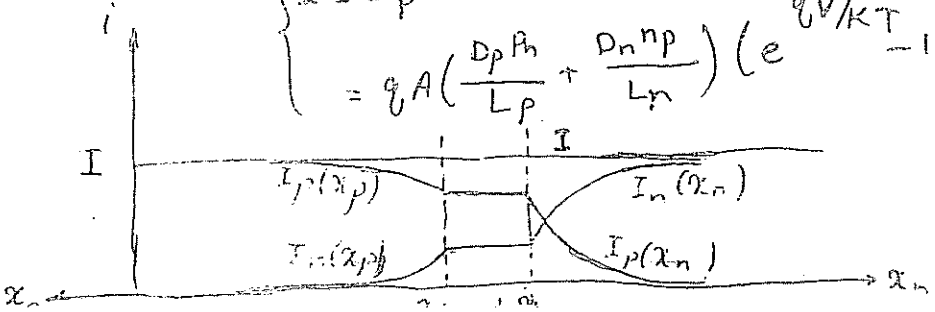
$$\delta n=\Delta n_p e^{-x_p/L_n} \qquad \delta p=\Delta p_n e^{-x_n/L_p}$$

$$Q_n=-qA\int_0^\infty \delta n(x_p)\,dx_p=-qAL_n\Delta n_p$$

$$Q_p=qA\int_0^\infty \delta p(x_n)\,dx_n=qAL_p\Delta p_n$$

$$I_n(x_p=0)=\frac{Q_n}{\tau_n}=\frac{-qAL_n}{\tau_n}\Delta n_p \qquad I_p(x_n=0)=\frac{Q_p}{\tau_p}=\frac{qAL_p}{\tau_p}\Delta p_n$$

$$\begin{cases} I=I_p(x_n=0)-I_n(x_p=0) \\ =qA\left(\frac{D_p p_n}{L_p}+\frac{D_n n_p}{L_n}\right)\left(e^{qV/KT}-1\right)\end{cases}$$



لبه تماس

مربوط به صفحات ۵۳ تا ۵۵

رسم نمودار نوار انرژی پیوند pn در حالت بایاس

ویژگی نمودار - در رسم نمودار صفحه ۱۰۷ ویژگی‌های زیر باید مدنظر قرار گیرد.

۱- درون ناحیه تخلیه، تراز فرمی به دو تراز شبه فرمی تبدیل می‌شود که بمیزان qV از هم فاصله دارند (V ولتاژ بایاس)

۲- در هر کدام از طرفین پیوند، تراز شبه فرمی حامل‌های اقلیت بیشترین تغییرات را دارد (به دلیل دیفیوژن)

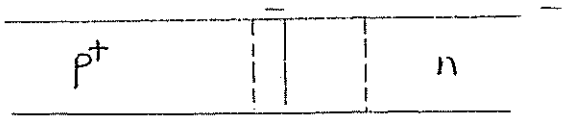
۳- تراز شبه فرمی حامل‌های اکثریت در طرفین پیوند نزدیک مقدار اولیه خود است زیرا غلظت حامل‌های اکثریت تغییر زیادی نمی‌کند.

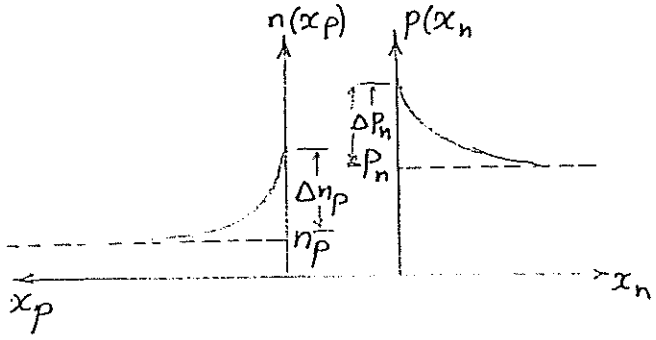
۴- در درون ناحیه تخلیه W غلظت حامل‌ها در حال تغییر از اکثریت به اقلیت در طرف مقابل است. F_n و F_p تغییرات دارند لیکن در مقیاس داده‌ها خیلی محسوس نیست. ← تمرین

۵- در ناحیه تخلیه W جریان ناشی از درایت است

پیوند p^+n

در این نیمه هادی نوع p بسیار تزریق شده است و لذا غلظت حاملهای اقلیت طرف p (یعنی الکترونهای طرف p) بسیار کم است. در نتیجه ناحیه تخلیه در طرف n که رقیق تر است گسترش بیشتری می یابد.





$$\Delta n_p = n_p\left(e^{qV/KT}-1\right)$$

$$\Delta p_n = p_n\left(e^{qV/KT}-1\right)$$

در این حالت می توان از جمله Δn_p صرفنظر کرد و جریان عمدتاً ناشی از حاملهای اقلیت طرف n (حفره ها) خواهد بود.

$$I \approx I_p(x_n=0) = qA\frac{D_p}{L_p}p_n\left(e^{qV/KT}-1\right)$$

پیوند PN در بایاس معکوس

روابط بدست آمده در بحث قبلی (بایاس مستقیم) برای بایاس معکوس نیز معتبر است که در آن مقادیر V منفی است. با تقریب می‌توان گفت:

$$\Delta p_n = p_n\left(e^{q(-V_r)/KT} - 1\right) \approx -p_n \quad : V_r \gg \frac{KT}{q}$$

$$\Delta n_p = n_p\left(e^{q(-V_r/KT)} - 1\right) \approx -n_p \quad : \quad "$$

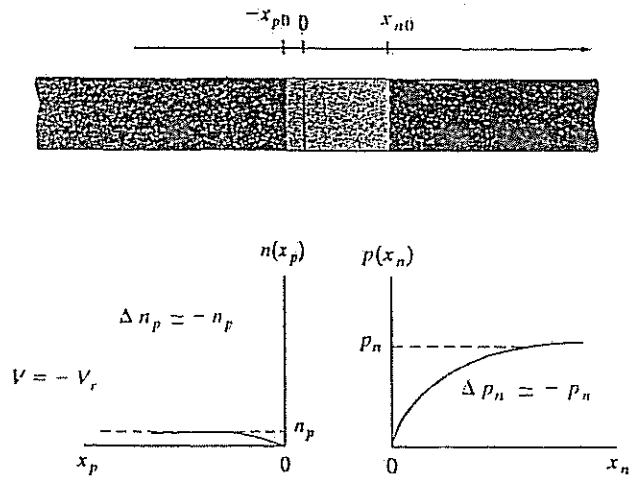
بنابراین برای مقادیر بایاس معکوس بزرگتر از چند دهم ولت، غلظت حامل‌های اقلیت در لبه ناحیه تخلیه به صفر می‌رسد چرا که غلظت حامل‌های اقلیت اضافی منفی می‌گردد.

مانند مفهوم تزریق حامل‌ها در بایاس مستقیم، می‌توان در بایاس معکوس پدیده استخراج (برون کشی) حامل‌های اقلیت (minority carrier extraction) را مشاهده کرد.

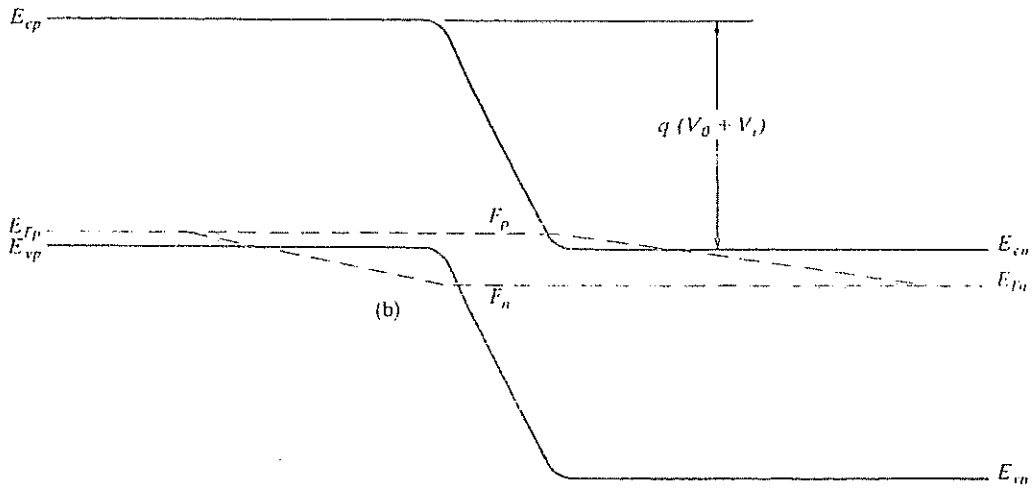
از نظر فیزیکی علت رخ دادن برون کشی حامل‌ها این است که حامل‌های اقلیت در لبه‌های ناحیه تخلیه از طریق سد در پیوند به طرف دیگر پیوند جاروب می‌شوند ولی با دیفیوژن حامل‌ها در جهت مخالف جایگزین نمی‌شوند.

مثال: حفره‌ها در x_{n_0} از طریق پیوند و به توسط میدان $\mathcal{E}_p$ به طرف p جاروب می‌شوند، یک شیب در توزیع حفره‌ها در ماده نوع n به وجود می‌آید، و حفره‌های ناحیه n به سمت پیوند دیفیوز می‌کنند. توزیع حفره‌ها در حالت دائمی در ناحیه n دارای شکل نمایی وارون است (شکل زیر).

به عنوان یک نکته مهم یادآور می‌گردد که گرچه جریان اشباع معکوس در پیوند توسط دریفت حامل‌ها به سمت سد حاصل می‌شود، لیکن این جریان در هر طرف توسط دیفیوژن حامل‌های اقلیت از ناحیه خنثی به سمت پیوند تغذیه می‌گردد. نرخ دریفت حامل‌ها از روی پیوند (جریان اشباع معکوس) بستگی به نرخ وارد شدن حفره‌ها در x_{n_0} (و الکترونها در x_{p_0}) از طریق دیفیوژن از ناحیه خنثی دارد. این حامل‌های اقلیت توسط تولید حرارتی ایجاد می‌شوند.



(a)



(b)

مثال ۱ حجمی از یک ماده نوع n به مساحت A و به طول یک طول پخش حفره L_p را در نظر بگیرید. نرخ تولید حرارتی حفره‌ها در این حجم برابر است با:

$$AL_p \frac{p_n}{\tau_p}$$

زیرا $g_{th} = \alpha_r n_i^2 = \alpha_r n_n p_n = \frac{p_n}{\tau_p}$.

اگر فرض کنیم که هر یک از حفره‌های حرارتی تولید شده قبل از بازترکیب از حجم مورد نظر خارج شوند، جریان منتجه حفره برابر است با

$$I = qAL_p p_n / \tau_p$$

که برابر جریان اشباع پیوند pn است. بنابراین نتیجه می‌گیریم که جریان اشباع معلول تجمع ناشی از جمع آوری حامل‌های اقلیت تولید شده حرارتی در یک طول پخش از پیوند می‌باشد.

مثال ۲ رابطه جریان الکترون در نیمه هادی نوع n یک پیوند p^+n در بایاس مستقیم را به دست آورید.

حل جریان کل پیوند برابر است با:

$$I = qA\left(\frac{D_p}{L_p}p_n + \frac{D_n}{L_n}n_p\right)\left(e^{qV/KT}-1\right)$$

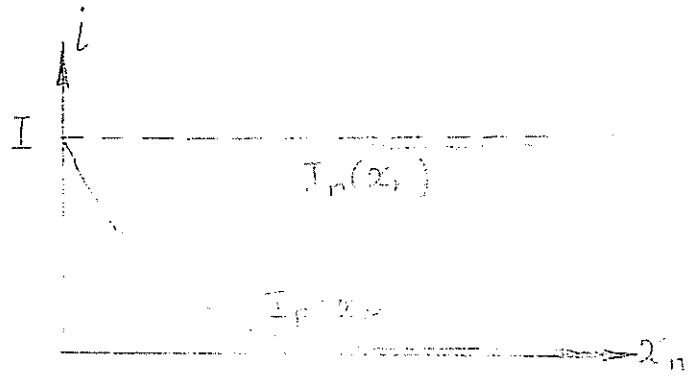
از طرفی سهم جریان حفره اقلیت در طرف n برحسب فاصله به صورت زیر است:

$$I_p(x_n) = qA\frac{D_p}{L_p}p_n e^{-x_n/L_p}\left(e^{qV/KT}-1\right) \Leftarrow I_p(x_n) = \frac{qAD_p}{L_p}\Delta p_n e^{-x/L_p}$$

بنابراین سهم جریان الکترون اکثریت در طرف n از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$I_n(x_n) = I - I_p(x_n) = qA\left[\frac{D_p}{L_p}\left(1-e^{-x_n/L_p}\right)p_n + \frac{D_n}{L_n}n_p\right]\left(e^{qV/KT}-1\right)$$

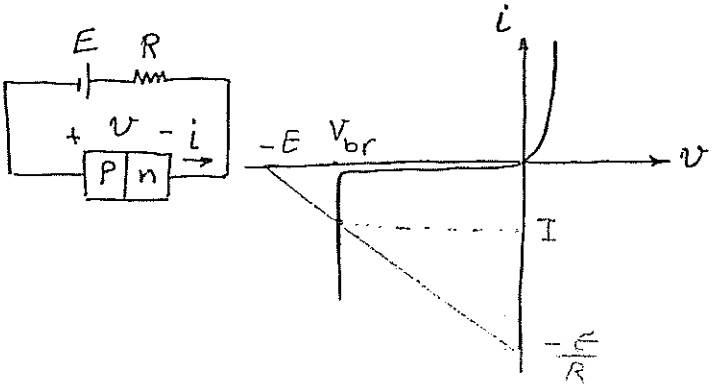
یادآور می‌گردد که در بافت حاملهای اقلیت در ناحیه خنثی قابل صرفنظر کردن است زیرا غلظت آنها کم می‌باشد. بنابراین سهم حاملهای اقلیت در جریان کل اساساً ناشی از دیفیوژن است که به گرادیان غلظت بستگی دارد.



شکست در بایاس معکوس

در بایاس معکوس با افزایش ولتاژ، جریان ثابت است مگر اینکه به یک ولتاژ بحرانی $V_r = V_{Br}$ برسیم که در آن جریان به طور ناگهانی و تیز افزایش می‌یابد.

شکست ذاتاً مخرب نیست ولی جریان باید محدود شود. برای این کار با قرار دادن یک مقاومت می‌توان جریان معکوس را در حالت شکست محدود کرد.



$$\text{حداکثر جریان معکوس} = I = \frac{E - V_{br}}{R}$$

دو نوع پدیده شکست در یک پیوند pn وجود دارد:

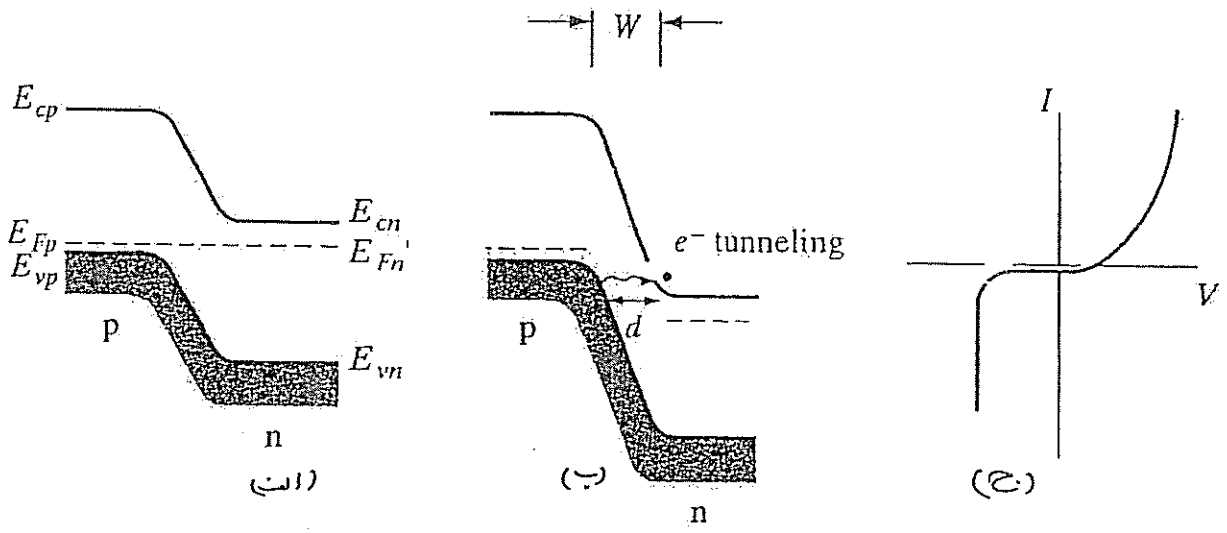
شکست زنری - که در ولتاژهای معکوس کم تا چند ولت رخ می‌دهد.

شکست بهمنی - که در ولتاژهای معکوس چند ولت یا چند هزار ولت به وقوع می‌پیوندد.

شکست زنری

اگر غلظت ناخالصی p و n زیاد باشد (پیوند p^+n^+) و آن پیوند را تحت بایاس معکوس قرار دهیم، در ولتاژهای نسبتاً کم نوارهای انرژی دو طرف همدیگر را قطع می‌کنند به طوری که نوار هدایت طرف n روبروی نوار ظرفیت طرف p قرار می‌گیرد. در نتیجه حالتهای خالی زیادی در طرف n در مقابل حالتهای پر زیادی در طرف p قرار می‌گیرند. اگر عرض سد باریک باشد، در این صورت پدیده تونل‌زنی الکترون رخ می‌دهد که سبب ایجاد جریان معکوس از n به p می‌گردد. این پدیده را اثر زنر (Zener effect) گویند.

برای Si و GaAs پدیده تونل‌زنی وقتی رخ می‌دهد که میدان الکتریکی روی پیوند بزرگتر از $10^6 V/cm$ گردد. این پدیده به دلیل عرض کم پیوند و گسترش تابع موج روی پتانسیل پیوند حاصل می‌شود.



شکل - اثر زنر. الف) ناحیه تخلیه باغلظت زیاد در حالت تعادل و ب) با بایس معکوس و تونل زنی الکترونها از p به n

با توجه به مدل پیوند کووالانسی، می‌توان پدیده زنری را ناشی از یونیزاسیون اتمها توسط میدان شدید موجود در پیوند دانست. زیرا با بایس معکوس سبب ایجاد یک میدان الکتریکی شدید در W می‌شود که می‌تواند پیوند کووالانسی را بشکند و الکترونها را به طرف ناحیه n شتاب دهد. میدان لازم برای یونیزاسیون $10^6 V/cm$ می‌باشد.

با افزایش V_R ، d کاهش می‌یابد و احتمال تونل زنی بیشتر می‌گردد.

شرط اساسی برای پدیده تونل زنی وجود الکترونهای زیاد در یک طرف و حالتهای خالی در طرف دیگر یک سد باریک با ارتفاع محدود می‌باشد.

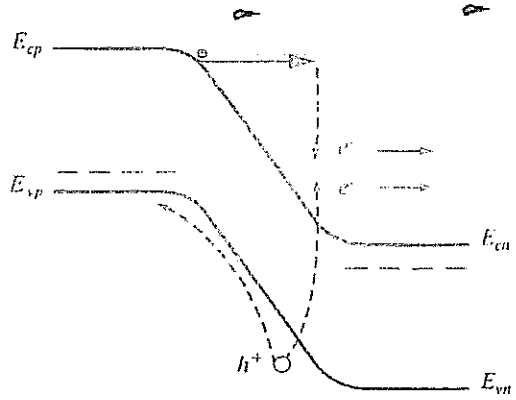
اگر پیوند تیز نباشد یا غلظت ناخالصی‌ها زیاد نباشد، عرض ناحیه تخلیه W برای تونل زنی زیاد می‌شود و احتمال تونل زنی از بین می‌رود.

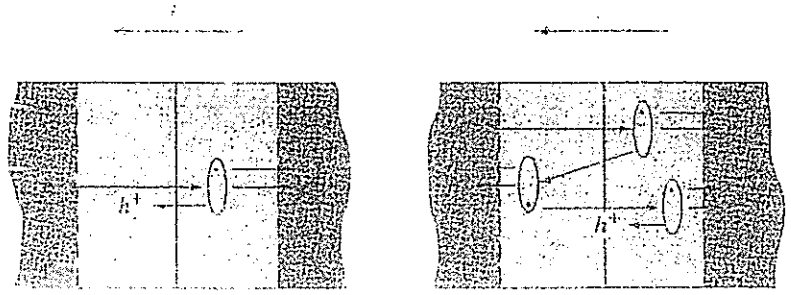
شکست بهمنی

در پیوندهای با ناخالصی کم، احتمال تونل زنی ناچیز است زیرا عرض W بزرگ است. در اینجا پدیده‌ی یونیزاسیون ضربه‌ای یا برخوردی impact ionization رخ می‌دهد.

لرزش‌های شبکه (فونون) باعث تولید EHP می‌گردد. اگر حامل‌های تحت لرزش انرژی کافی داشته باشند، مثلاً اگر میدان E در ناحیه تخلیه بزرگ باشد، الکترونی که از ناحیه p وارد ناحیه تخلیه می‌شود می‌تواند شتاب گرفته و انرژی جنبشی کافی برای برخورد یونیزه کننده با شبکه را بدست آورد. این عمل باعث تکثیر حامل‌ها می‌گردد.

الکترون اولیه و الکترون تولید شده هر دو به طرف ناحیه n رانده می‌شوند و حفره تولید شده به طرف ناحیه p رانده می‌شود و عمل یونیزاسیون به سرعت تکرار می‌شود و پدیده بهمنی avallanche breakdown رخ می‌دهد.





اگر احتمال برخورد مؤثر یونیزه کننده باشد که درصورت طی کردن عرض W در ناحیه تخلیه برابر P باشد:

غلظت الکترونهای اولیه که از طرف p وارد می‌شوند $= n_{in}$

الکترونهای تولید شده پس از برخورد مؤثر اول $= P n_{in}$

$\Rightarrow$ کل الکترونها پس از برخورد اول $= n_{in}(1+P)$

الکترونهای ثانویه پس از برخورد دوم $= P(P n_{in})$

$\Rightarrow$ کل الکترونها پس از برخورد دوم $= n_{in}(1+P+P^2)$

الکترونهای ثالث پس از برخورد سوم $= P(P(P n_{in}))$

$\Rightarrow$ کل الکترونها پس از برخورد سوم $= n_{in}(1+P+P^2+P^3)$

در نتیجه کل الکترونها پس از تعدادی برخورد برابر است با:

$$n_{out} = n_{in}(1+P+P^2+P^3+\cdots)$$

ضریب تکثیر الکترون multiplication factor $\doteq M_n = \dfrac{n_{out}}{n_{in}} = 1+P+P^2+P^3+\cdots = \dfrac{1}{1-P}$

حال اگر $P \to 1$ می‌کند:

$$P \to 1 \Rightarrow M_n \to \infty \Rightarrow I_{reverse} \to \infty$$

مقدار P به پارامترهای مختلفی بستگی دارد. ضریب تکثیر به صورت تجربی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$M = \frac{1}{1-(V/V_{br})^n} \qquad n = 3,\dots,6$$

مقدار n بسته به جنس ماده از ۳ تا ۶ تغییر می‌کند. هرچه V بزرگتر شود M نیز افزایش می‌یابد.

ولتاژ شکست عموماً با افزایش گاف انرژی ماده افزایش می‌یابد زیرا انرژی بیشتری برای برخوردهای یونیزه کننده لازم می‌باشد. در ضمن یک میدان الکتریکی در ناحیه W با افزایش غلظت

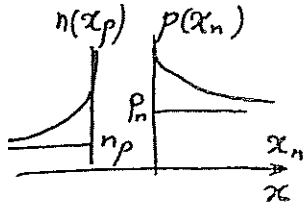
طرف رقیق‌تر، افزایش می‌یابد. در نتیجه V_{br} با افزایش غلظت کاهش می‌یابد.

در جمع‌بندی:

$E_g \uparrow \longrightarrow V_{br} \uparrow$ به دلیل نیاز به انرژی بیشتر برای برخوردهای یونیزه‌کننده

غلظت طرف رقیق‌تر $\uparrow \longrightarrow E_0$ (پیک میدان الکتریکی در ناحیه W) $\uparrow \longrightarrow V_{br} \downarrow$

بسمه تعالی



بررسی حالت گذرای پیوند pn

دیدیم که هر تغییری در جریان به تغییری در بار ذخیره شده در پیوند منجر می‌گردد.

چون ایجاد یا تخلیه بار به زمان نیاز دارد ← در نتیجه بار ذخیره شده ناچاراً مربوط است به جریان تاخیر داشته باشد. این پدیده ذاتاً یک پدیده خازنی می‌باشد.

برای بررسی حالت گذرا، معادلات پیوستگی وابسته به زمان را حل می‌کنیم.

معادله پیوستگی وابسته به زمان برای حفره

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = \frac{-1}{q}\frac{\partial J_p(x,t)}{\partial x} - \frac{\delta p(x,t)}{\tau_p}$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{\partial J_p(x,t)}{\partial x} = q\frac{\delta p(x,t)}{\tau_p} + q\frac{\partial p(x,t)}{\partial t}$$

با انتگرال‌گیری روی x در لحظه دلخواه t:

$$J_p(0) - J_p(x) = q\int_0^x \left[\frac{\delta p(x,t)}{\tau_p} + \frac{\partial p(x,t)}{\partial t}\right] dx$$

حالت خاص: با فرض اینکه پیوند از نوع pTn با ناحیه n طویل باشد، جریان در $x=0$ کلاً جریان حفره می‌باشد و در قبال نهایت جریان صفر می‌شود:

$$\begin{cases} J(0) = J_p(x_n=0) \\ J_p(x_n=\infty)=0 \end{cases} \qquad (x \text{ همان } x_n \text{ است})$$

در نتیجه جریان کل تزریق شده در ناحیه $x=0$ تا $x=\infty$ به دست می‌آید:

$$i(t) = i_p(x_n=0,t) = \frac{qA}{\tau_p}\int_0^\infty \delta p(x_n,t)\,dx_n + qA\frac{\partial}{\partial t}\underbrace{\int_0^\infty \delta p(x_n,t)\,dx_n}_{Q_p \text{ بار ذخیره شده}}$$

$$\boxed{i(t) = \underbrace{\frac{Q_p(t)}{\tau_p}}_{(2)} + \underbrace{\frac{dQ_p(t)}{dt}}_{(1)}} \quad (*)$$

(1) بین تولید یا تخلیه بار بوده که نشان می‌دهد حامل اضافی با زمان کم یا زیاد می‌شود. در حالت دائمی صفر است.

(2) جریانی از بار ترکیب بوده که در هر τ_p حامل اضافی جایگزین می‌شوند.

- در حالت خاص اگر جریان ورودی بصورت تابع پله بوده و در لحظه صفر بطور ناگهانی از I به 0 کاهش یابد.

در اینصورت با پاسخ معادله (*) صفحه قبل را می‌توان با استفاده از تبدیل لاپلاس بدست آورد:

$$\begin{cases} 0 = \frac{1}{\tau_p} Q_p(s) + s Q_p(s) - Q_p(0) \\ Q_p(0) = I\tau_p \end{cases} \Rightarrow Q_p(s) = \frac{I\tau_p}{s + \frac{1}{\tau_p}} \Rightarrow$$

$$\boxed{Q_p(t) = I\tau_p e^{-t/\tau_p}} \quad (*)$$

تغییرات بار ذخیره شده بر حسب زمان

تغییرات حامل‌های اضافی در $t>0$:

$$\delta p(x_n, t) = \Delta P_n(t) e^{-x_n/L_p}$$ داریم

$$\Delta P_n(t) = P_n\left(e^{qV(t)/KT} - 1\right)$$ بطور یکسان در حالت گذرا

محاسبه ولتاژ پیوند در حالت گذرا

$$Q_p(t) = qA\int_0^\infty \delta p(x_n, t)\, dx_n = qA\int_0^\infty \Delta P_n(t) e^{-x_n/L_p} dx_n$$ در هر لحظه

$$= qAL_p \Delta P_n(t) \quad (**)$$

$$\Rightarrow \Delta P_n(t) = \frac{Q_p(t)}{qAL_p} = P_n\left(e^{qV(t)/KT} - 1\right) = \frac{I\tau_p e^{-t/\tau_p}}{qAL_p}$$

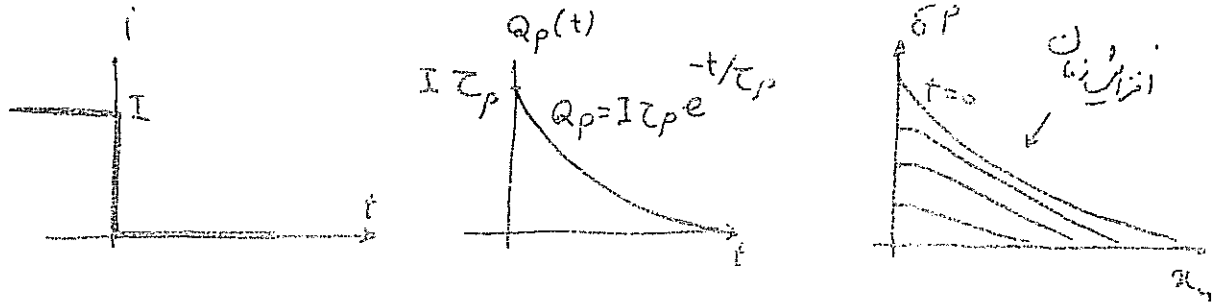
از طرفی (**) — از طرف دیگر (*)

در نتیجه

$$\boxed{V(t) = \frac{KT}{q} \ln\left(\frac{I\tau_p}{qAL_pP_n} e^{-t/\tau_p} + 1\right)} \quad (***)$$

ولتاژ پیوند در حالت گذرا :

در شکل زیر روند فوق جمع‌بندی شده است:



... رابطه (***) صفحه قبل نشان می‌دهد که با تغییر ناگهانی جریان، ولتاژ پیوند نمی‌تواند بطور ناگهانی تغییر کند که سبب ایجاد مشکل در حالت سوئیچینگ می‌گردد.

① لیکن اگر ترکیب بصورت p^+n بوده و عرض ناحیه n کم باشد ($W_n < L_p$)، بار خیلی کمی در این ناحیه ذخیره می‌شود لذا دیود به سرعت سوئیچ می‌کند. این ترکیب narrow base diode گویند.

② ضمناً می‌توان بطور عمدی مراکز بازترکیبی (مثلاً Au در Si) افزود تا بازترکیب را تسریع نموده و سرعت سوئیچینگ را زیاد کند.

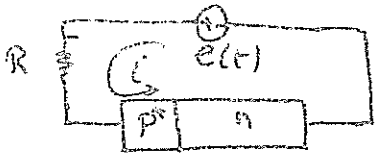
تأثیر روی سوئیچینگ

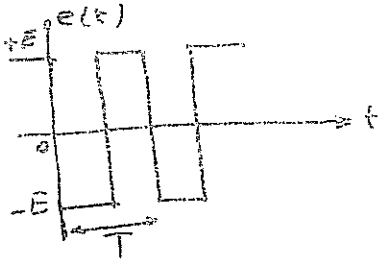
بازیابی برعکس در حالت معکوس گذرا

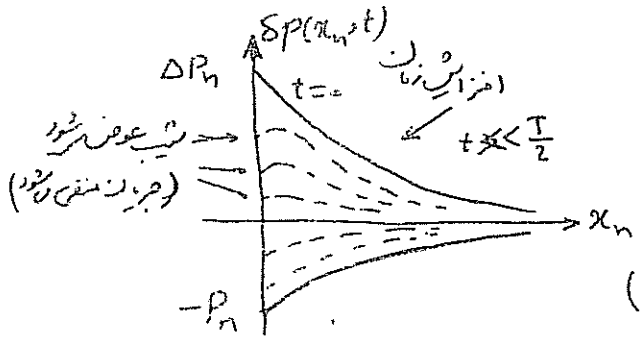
در بیشتر کاربردهای سوئیچینگ، دیود از حالت بایاس مستقیم به بایاس معکوس می‌رود و برعکس تغییرات می‌دهد. حالت گذرای بازیابی منتج پیچیده‌تر از حالت گذرای قطع ساده می‌باشد.

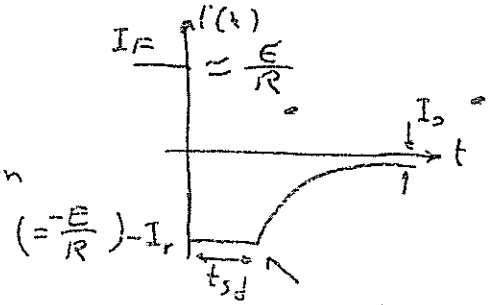
خواهیم دید که جریان معکوس بسیار بزرگتر از جریان اشباع معکوس می‌تواند در مدت بازیابی برقرار جاری شود.

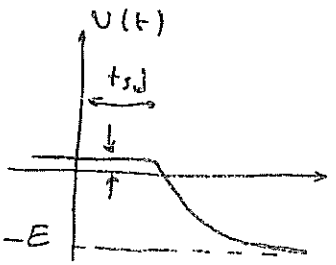
فرض کنید یک پیوند p^+n توسط یک مولد موج مربعی که بطور متناوب بین E و -E سوئیچ می‌کند تحریک شود



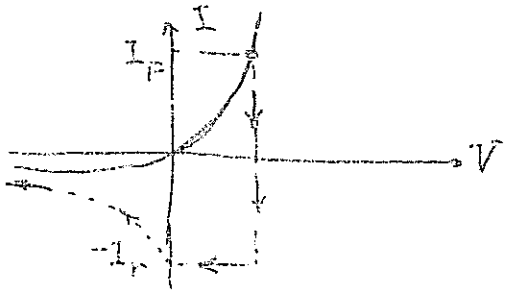








در مدت بازیابی گذرا این تغییرات ادامه می‌شود



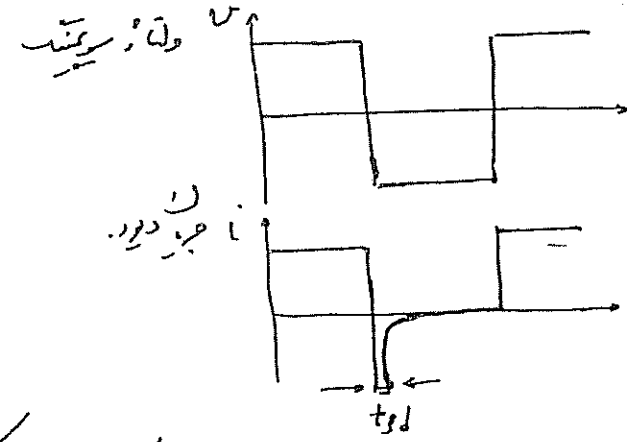
با تحقیق می‌توان نشان داد که

$$t_{sd} = \tau_p\left[\ln\left(\frac{L_p}{L_p+L_n}\right)^2\right]$$

زمان ذخیره

Storage delay time

پارامتر t_{sd} یک پرتگ مهم از پایین دیود در کاربردهای سوئیچینگ می‌باشد. t_{sd} بایستی در مقایسه با زمان سوئیچینگ کوچک باشد (شکل زیر)



پارامتر بحرانی تعیین کننده t_{sd} طول عمر حامل می‌باشد (τ_p برای پیوند p^+n). از آنجا که سرعت بازترکیب، سرعت محو شدن حفره‌ها در ناحیه n را نشان می‌دهد، انتظار داریم که t_{sd} متناسب با τ_p باشد. با حل شدن فرق خواهیم داشت:

$$\boxed{t_{sd} = \tau_p \left[\operatorname{erf}^{-1}\left(\frac{I_f}{I_f + I_r} \right) \right]^2} \quad (*)$$

گرچه حل دقیق این رابطه بسیار طولانی می‌باشد، لیکن حل تقریبی را با فرض حالت شبه دائمی می‌توان بدست آورد.

* مثال - فرض کنید یک پیوند p^+n با بایس مستقیم با جریان I_f شده باشد. در لحظه $t=0$ جریان به $-I_r$ سوئیچ می‌شود. با استفاده از معادلات ... $Q_p(t)$ را بدست آورید. با اعمال تقریب حالت شبه دائمی زمان تاخیر t_{sd} را محاسبه کنید.

حل در صفحه

$$\begin{cases} i(t) = \dfrac{Q_p(t)}{\tau_p} + \dfrac{dQ_p(t)}{dt} \\ Q_p = I_f \tau_p \quad : t<0 \end{cases}$$

با استفاده از تبدیل لاپلاس

$$\frac{-I_r}{s} = \frac{Q_p(s)}{\tau_p} + sQ_p(s) - I_f\tau_p$$

$$Q_p(s) = \frac{I_f\tau_p}{s+1/\tau_p} - \frac{I_r}{s(s+1/\tau_p)}$$

$$\Rightarrow Q_p(t) = I_f\tau_p e^{-t/\tau_p} + I_r\tau_p\left(e^{-t/\tau_p}-1\right) = \tau_p\left[-I_r + (I_f+I_r)e^{-t/\tau_p}\right]$$

بنابراین $Q_p(t) = qAL_p\,\Delta p_n(t)$ فرض می‌کنیم:

$$\Delta p_n(t) = \frac{\tau_p}{qAL_p}\left[-I_r + (I_f+I_r)e^{-t/\tau_p}\right]$$

t_{sd} زمانی است که $\Delta P_n(t)=0$ می‌گردد.

$$\boxed{t_{sd} = -\tau_p \ln \frac{I_r}{I_f+I_r} = \tau_p \ln\left(1+\frac{I_f}{I_r}\right)}$$

نتیجه ۴۴: با استفاده از رابطه (*) صفحه ۶۳ می‌توان طول عمر τ_p را اندازه‌گیری کرد.

در اینجا نیز می‌توان با ① افزودن مراکز بازترکیب بدون ماده دیود و کاهش طول عمر حاملها ② با استفاده از دیود با بایس باریک narrow base زمان تاخیر ذخیره t_{sd} را کاهش داد.

— بحثی در مورد دیودهای سوئیچینگ

چند پارامتر در یک کلید اهمیت دارند:

حداقل کردن جریان بایاس معکوس

حداقل کردن تلفات توان در بایاس مستقیم

پاسخ زمانی سریع

دیدیم که یک دیود سوئیچینگ بایستی یا بار الکتریکی خنثی کمی در ناحیه خنثی برای جریان مستقیم حالت دائمی ذخیره کند.

و یا طول عمر حاملهای خنثی کوتاهی داشته باشد.

و یا هر دو حالت فوق با هم

(*) گفتیم با افزایش سرعت سوئیچینگ دیود می‌توان مراکز بازترکیب مثل مس بدون ناخالصی افزود. برای Si، Au مناسب است.

با ترکیب خوب جریان دید که طول عمر حاملها بطور معکوس با غلظت مراکز بازترکیب تغییر می‌کند:

یک دیود p+n با $\tau_p = 1\mu s$ و $t_{sd} = 0.1\mu s$ در نظر بگیرید.

با افزودن Au $10^{16} cm^{-3}$ ← $\tau_p = 0.1\mu s$ و $t_{sd} = 0.01\mu s$

با افزودن Au $10^{17} cm^{-3}$ ← $\tau_p = 0.01\mu s$ و $t_{sd} = 1 ns$

این بدین معنی است که می‌توانیم از توان ادا شده بدانیم:

① جریان معکوس ناشی از تولید حاملها از مراکز Au در ناحیه تخلیه با افزایش غلظت Au، افزایش قابل ملاحظه پیدا می‌کند.

② ضمنا با بیشتر شدن غلظت Au به غلظت ناخالصی می‌رسند، غلظت حاملها در حالت تعادل در این ناحیه تحت الشعاع قرار می‌گیرد.

(**) روش دیگر برای سوئیچینگ سریع دیود کوتاه کردن طول ناحیه خنثی در مقایسه نسبت به طول نفوذ حاملها می‌باشد. (narrow base)

در این حالت با رفتن به حالت مستقیم کمی کم می‌شود زیرا بیشتر حاملها تزریق شده از طرف ناحیه کم غلظت به کنتاکت انتها می‌رسند و

خازن پیوند PN

اساساً دو نوع خازن در یک پیوند وجود دارد:

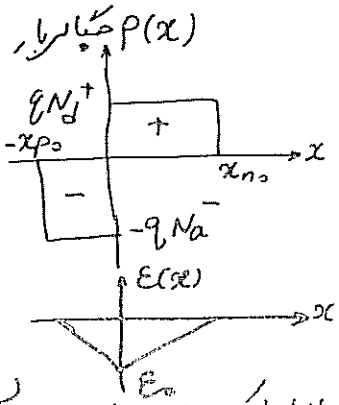
۱- خازن پیوند ناشی از دوقطبی (dipole) در ناحیه گذر ← خازن ناحیه گذر یا خازن ناحیه تخلیه نامیده می‌شود.

۲- خازن بار ذخیره ناشی از تاخیر و جابجایی ولتاژ در اثر تغییرات جریان که بر اثر ذخیره بار می‌باشد.
← خازن دیفیوژن نامیده می‌شود.

هر دو خازن مهم می‌باشند و در کار در دی متغیر باید آنها را در نظر قرار گیرند.

خازن پیوند (۱) در بایاس معکوس غالب است و خازن بار ذخیره (۲) در بایاس مستقیم غالب می‌باشد.

در بسیاری کاربردها خازن اثر محدودکننده دارد، لیکن کاربردهایی نیز به آن خاصیت خازنی پیوند PN وجود دارند.



خازن پیوند. دیدیم:
پیوند بصورت یک دوقطبی (dipole) عمل می‌کند.
مثلاً خازن معادل کی دارای خازن دو جوشنی می‌باشد،
لیکن در ضمیمه مرتبه آنرا بدست آورد.

چون بار Q در دو طرف ناحیه گذر بطور غیرخطی با ولتاژ تغییر می‌کند از رابطه کلی ظرفیت خازن مرتبه نوشت:

$$C = \left| \frac{dQ}{dV} \right|$$

ضمناً دیدیم:

عرض ناحیه تخلیه $W = \left[\frac{2\epsilon V_0}{q} \left(\frac{N_d + N_a}{N_a N_d} \right) \right]^{1/2}$ در حالت تعادل

$$W = \left[\frac{2\epsilon (V_0 - V)}{q} \left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d} \right) \right]^{1/2}$$

با اعمال بایاس داریم:
(بایاس مستقیم و معکوس)

در بایاس مستقیم، عرض ناحیه تخلیه کم می‌شود. در بایاس معکوس عرض ناحیه تخلیه زیاد می‌گردد.

بار Q را می‌توان برحسب غلظت ناخالصی و عرض ناحیه گذر در دو طرف پیوند نوشت: $|Q|$

$$\boxed{|Q| = qAx_{n_0}N_d = qAx_{p_0}N_a}$$

که در آن

$$x_{n_0} = \frac{N_a}{N_a + N_d} W \quad , \quad x_{p_0} = \frac{N_d}{N_a + N_d} W$$

در نتیجه:

$$|Q| = qA \frac{N_a N_d}{N_a + N_d} W = A \left[2q\epsilon (V_0 - V) \frac{N_a N_d}{N_a + N_d} \right]^{1/2}$$

بار در حقیقت تابع غیرخطی ولتاژ است.

در نتیجه

$$\boxed{C_j = \left|\frac{dQ}{d(V_0-V)}\right| = \frac{A}{2}\left[\frac{2q\epsilon}{(V_0-V)}\,\frac{N_aN_d}{N_a+N_d}\right]^{1/2}}$$

دیده می‌شود که C_j یک خازن متغیر با ولتاژ می‌باشد. ← کاربرد مهمی مثلاً در مدارهای tune دارد.

دیودی که چنین خازن متغیر با ولتاژ یک پیوند pn عمل می‌کند واراکتور Varactor نامیده می‌شود.

نکته جالب اینکه رابطه فوق را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$C_j = \epsilon A\left[\frac{q}{2\epsilon(V_0-V)}\,\frac{N_aN_d}{N_a+N_d}\right]^{1/2} = \frac{\epsilon A}{W}$$

که مشابه یک خازن با صفحات موازی با فاصله W از یکدیگر می‌باشد.

در حالت تزریق غیرمتقارن، ناحیه تخلیه به سمت طرف رقیق‌تر گسترش می‌یابد و خازن تنها با غلظت یکی از طرفین مشخص می‌شود. مثلاً برای p^+n، $N_a \gg N_d$ و $x_{n0} \simeq W$ و $x_{p0} \simeq 0$ (ناحیه رقیق) در نتیجه:

$$p^+n \Rightarrow \boxed{C_j = \frac{A}{2}\left[\frac{2q\epsilon}{V_0-V}N_d\right]^{1/2}}$$

نکته: از این رابطه می‌توان با اندازه‌گیری ظرفیت خازن، غلظت ناحیه رقیق N_d را محاسبه کرد. برای این کار می‌توان پیوند را بایاس معکوس کرد بطوریکه از V_0 می‌توان صرف‌نظر کرد. با اندازه‌گیری مساحت A می‌توان N_d را با دقت قابل قبول بدست آورد. البته توجه شود که در اینجا پیوند به صورت یک‌بعدی تیز در نظر گرفته شده و غیرفیزیکی بایستی روابط تصحیح شوند.

خازن بار ذخیره - در بایاس مستقیم اثر غالب را دارد.

فرض کنید یک پیوند p^+n تحت بایاس مستقیم با جریان دائمی I داشته باشیم. بار ذخیره در توزیع حفره‌های تزریق شده برابر است با:

$$Q_p = I\tau_p = qA\Delta p_n L_p = qAL_p p_n\left(e^{qV/KT} - 1\right) \quad : V \gg \frac{KT}{q} \text{ برای}$$

(صرف‌نظر)

با تعریف خازن ناشی از تغییرات کوچک در این بار ذخیره برابر است با:

$$\text{خازن بار ذخیره} \quad \boxed{C_s = \frac{dQ_p}{dV} = \frac{q^2}{KT}AL_p p_n e^{qV/KT} = \frac{q}{KT}I\tau_p}$$

به همین ترتیب می‌توان هدایت ac را نیز بدست آورد:

$$\text{هدایت ac} \quad \boxed{G_s = \frac{dI}{dV} = \frac{qAL_pp_n}{\tau_p}\frac{d}{dV}\left(e^{qV/KT}\right) = \frac{q}{KT}\,\boxed{}}$$

بنابراین جزء ac جریان برابر است با :

$$\boxed{i(ac) = C_s\, V(ac) + C_s \frac{dV(ac)}{dt}}$$

که در آن

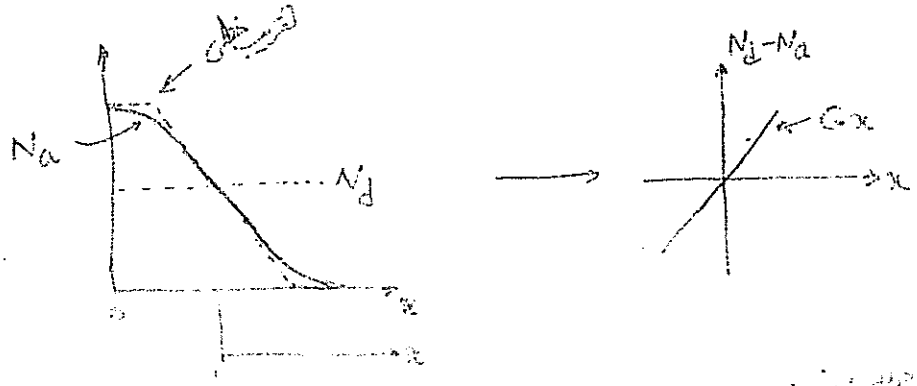
$$C_s = \frac{q}{KT} I(dc) \quad , \quad C_s = G_s \tau_p$$

همانطور که گفته شد خازن بار ذخیره C_s یک محدودیت جدی در پهنای باند PN بایاس مستقیم در مدارهای مزدوج بالا می‌باشد.

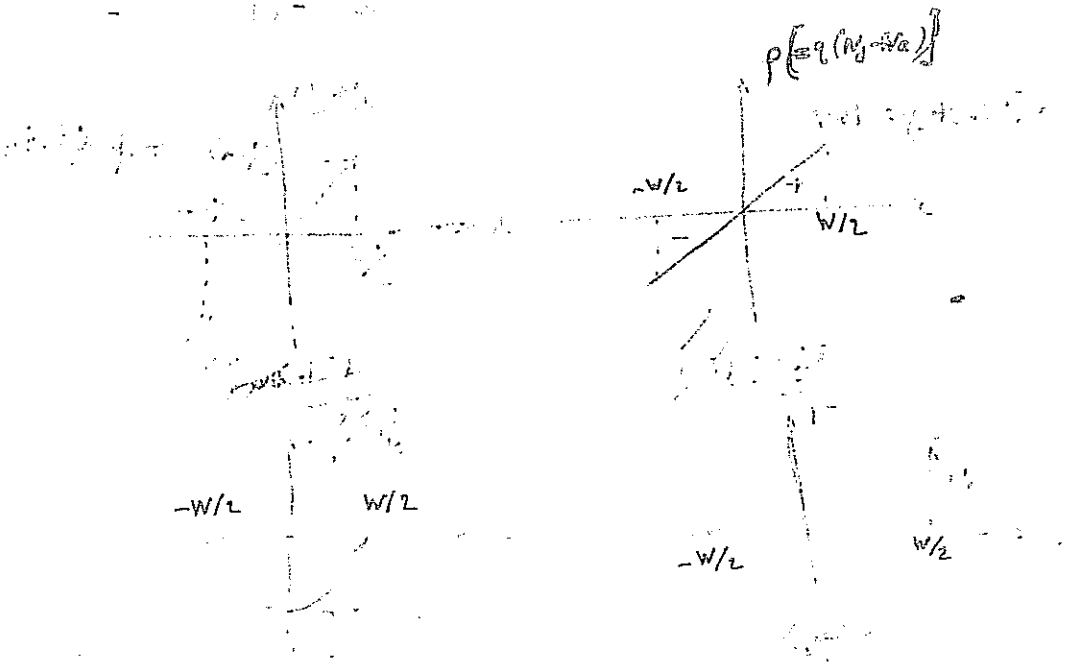
انحراف از تئوری ساده شده

تقریب خطی انحراف عبارتند از:
- اثر تابش پیوند تغییرات در علامت حاملها الکترسیته بر روی توزیع حاملها
- بازترکیب و تولید در ناحیه کنار (تخلیه)
- اثرات اهمی
- اثرات پیوندهای شیبدار یا graded پیوند

پیوند شیبدار gradated



$N_d - N_a = Gx$



$\frac{q}{2\epsilon}$

$$U(x) = -\int_{x_{n_0}}^{x} \mathcal{E}(x)\,dx$$

$$V_0 = -\int_{-x_{p_0}}^{x_{n_0}} \mathcal{E}(x)\,dx = \int_{-W/2}^{W/2} \mathcal{E}(x)\,dx = \frac{qG}{12\epsilon}\,W^3$$

پیوند فلز-نیمه‌هادی

- سادگی ساخت
- دارای بسیاری از خواص پیوند pn می‌باشد.
- دارای عملکرد سریع می‌باشد زیرا نقش اقلیت‌ها بسیار کم است.
- قابلیت ایجاد اتصال اهمی
- به دلیل حجم کم دارای کاربرد زیادی در مدارهای مجتمع می‌باشد.

- سد شاتکی Schottky barriers

- تابع کار فلز metal work function : انرژی مورد نیاز برای برداشتن یک الکترون از تراز فرمی فلز به خلأ در خارج لایه فلز، تابع کار نامیده می‌شود. ($q\Phi_m$).

$$\Phi_m = \begin{cases} 4.3^V & : Al \\ 4.8^V & : Au \end{cases}$$

- میل الکترون electron affinity : انرژی لازم برای برداشتن یک الکترون لبه باند هدایت نیمه‌هادی به خلاء χ (کای)

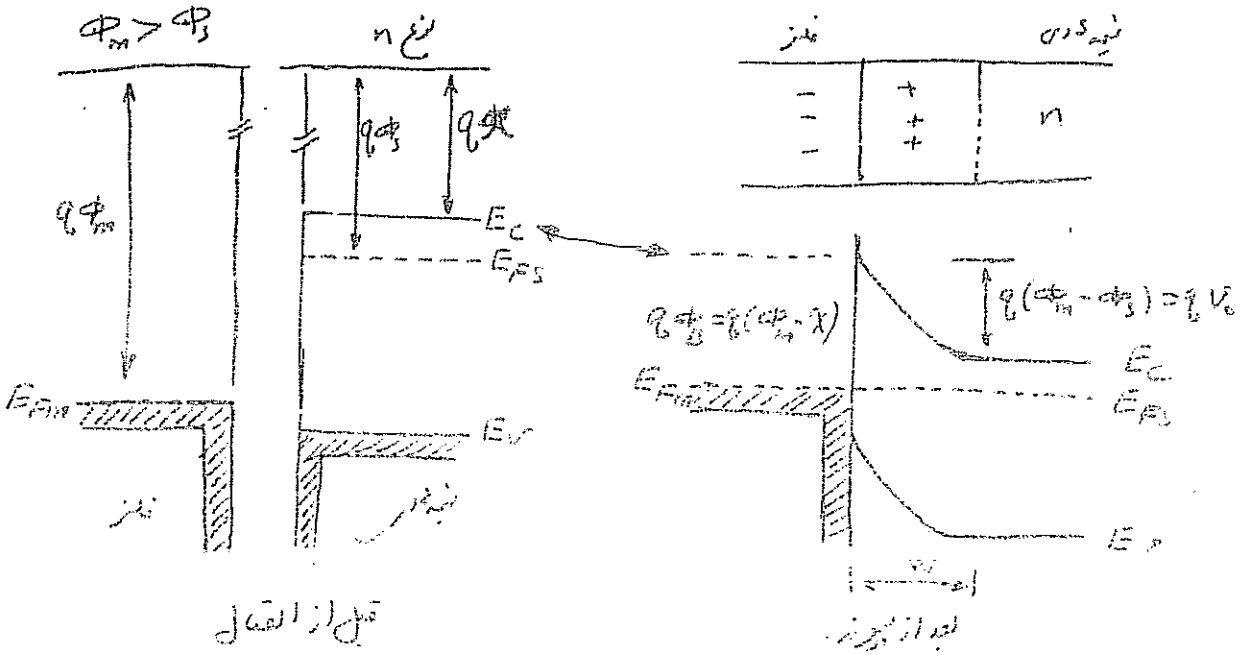
پدیده شاتکی : وقتی بار منفی نزدیک سطح فلز آورده می‌شوند، بار مثبت (تصویری image) در فلز القا می‌شوند. این بار تصویری (image force) همگی با میدان الکتریکی اعمال شده ترکیب شده و سبب می‌شود تابع کار مؤثر مقداری کاهش یابد. این کاهش را اثر شاتکی گویند.

با این همه پیوندی که یک کنتاکت فلز نیمه‌هادی می‌سازد پیوند دیودهای سد شاتکی نامیده می‌شوند.

تشکیل پیوند فلز-نیمه‌هادی

شکل زیر یک پیوند فلز-نیمه‌هادی قبل و بعد از اتصال را نشان می‌دهد. (برای حالت $\Phi_m > \Phi_s$)

الف) نیمه‌هادی نوع n با $\Phi_m > \Phi_s$:



دیده می‌شود که به دلیل اینکه $\Phi_m > \Phi_s$ ، انتقال بار منفی (الکترون‌ها) از طرف نیمه‌رسانا به طرف فلز رخ می‌دهد. برای اینکه تراز فرمی همراستا شوند انرژی الکترون در طرف نیمه‌رسانا باید پایین بیاید (نسبت به فلز)

- در نیمه‌رسانای نوع n ناحیه تخلیه با عرض W در نزدیکی پیوند شکل می‌گیرد.
- بار مثبت ناشی از یون‌های دهنده خنثی نشده در ناحیه W منطبق با بار منفی روی فلز می‌باشد.
- میدان الکتریکی و انحنای باند انرژی در ناحیه W شبیه پیوند pn می‌باشد.
- عرض ناحیه تخلیه در نیمه‌رسانا W را می‌توان از روابط مربوط به پیوند p^+n بطور تقریبی محاسبه کرد. (با فرض اینکه بار منفی در قطبی یک صفحه نازک در طرف چپ پیوند می‌باشد)
- ظرفیت خازن پیوند نیز $\epsilon_s A/W$ شبیه پیوند p^+n می‌باشد.

روی پیوند در حالت تعادل پتانسیل پیوند V_0 ایجاد می‌شود که مانع عبور دیفیوژن بیشتر الکترون از باندهدایت نیمه‌رسانا به درون فلز می‌گردد. مقدار آن $\Phi_m - \Phi_s$ است. $(V_0 = \Phi_m - \Phi_s)$

از طرفی ارتفاع سد پتانسیل Φ_B در مقابل عبور تزریق الکترون از فلز به باندهدایت نیمه‌رسانا (کانال) عمل می‌کند

$$\Phi_B = \Phi_m - \chi$$

که در آن χ وابستگی الکترون (میل الکترون) electron affinity نام دارد و انرژی بین لبه باندهدایت نیمه‌رسانا و تراز خلاء می‌باشد.

- اختلاف پتانسیل در حالت تعادل V_0 را می‌توان با اعمال ولتاژ مستقیم یا معکوس (حالت پیوند pn) کاهش یا افزایش داد.

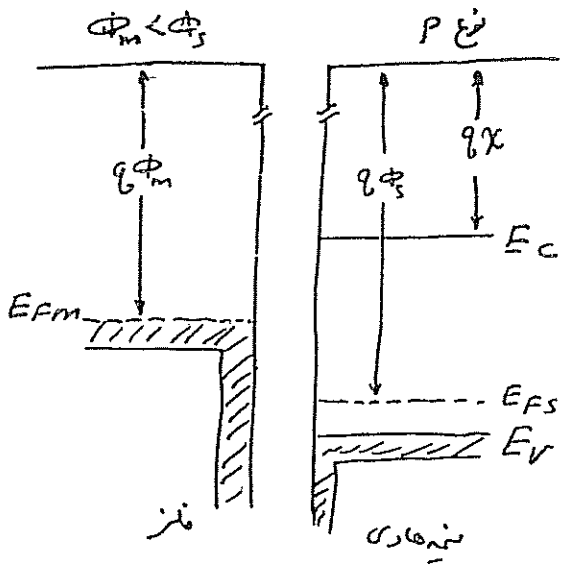
ب) انتقال فلز - نیمه‌رسانای نوع p با $\Phi_m < \Phi_s$ (در حالت تعادل)

در این حالت همراستا شدن تراز فرمی ایجاب می‌کند که بار مثبت در طرف فلز و بار منفی در طرف نیمه‌رسانا جمع گردد.

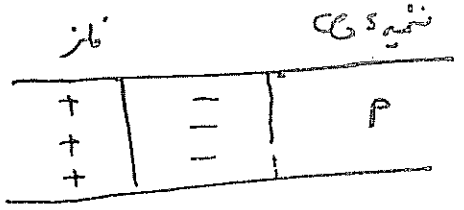
این امر به دلیل دیفیوژن حفره‌ها از طرف نیمه‌رسانا و خنثی نشدن یون‌های گیرنده N_a در ناحیه تخلیه رخ می‌دهد.

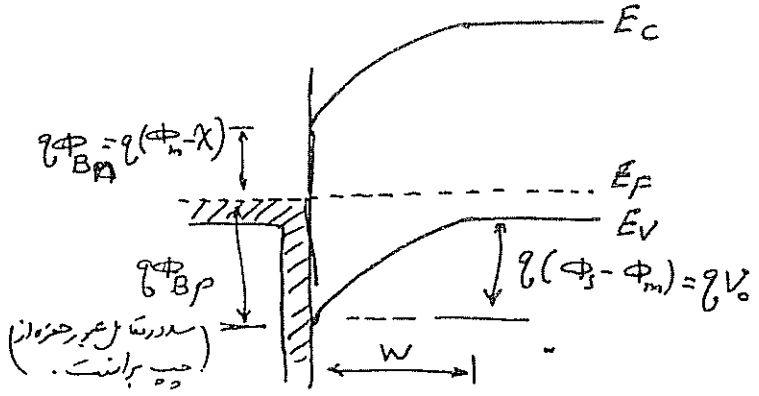
- سد پتانسیل V_0 که مانع دیفیوژن حفره از نیمه‌رسانا به فلز می‌گردد برابر $V_0 = \Phi_s - \Phi_m$ می‌باشد.
- سد پتانسیل را می‌توان با اعمال بایاس مستقیم یا معکوس، کاهش یا افزایش داد.

شکل صفحه بعد ←



قبل از پیوند



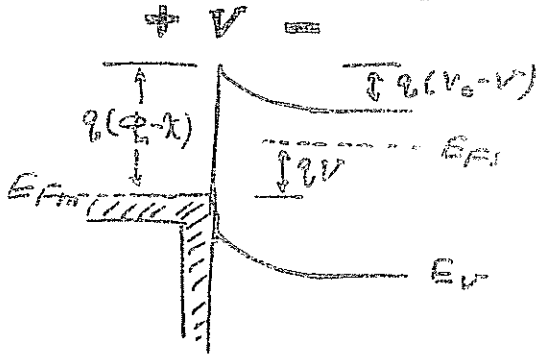


بعد از پیوند

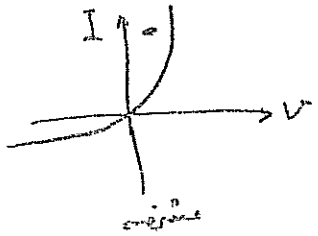
سد شاتکی بین یک نیمه‌رسانای نوع P و یک فلز با تابع کار کوچکتر $\Phi_m < \Phi_s$

پیوند شاتکی در حالت یکسوکنندگی

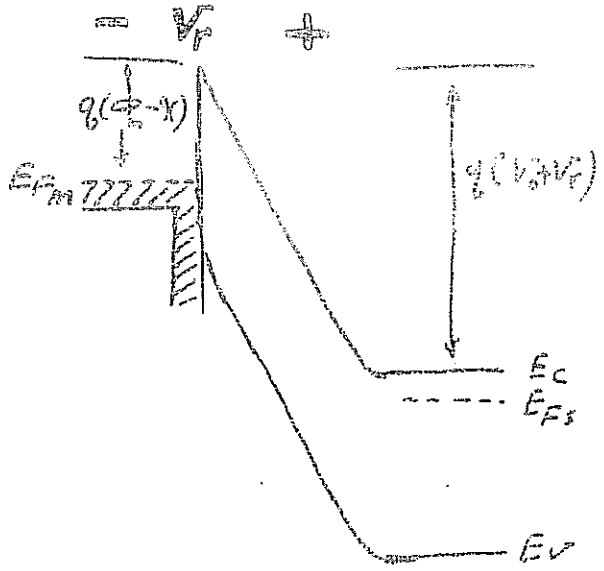
اگر پیوند فلز-نیمه‌رسانای نوع n با $\Phi_m > \Phi_s$ تحت بایاس قرار گیرد:



الف) بایاس مستقیم



مشخصه



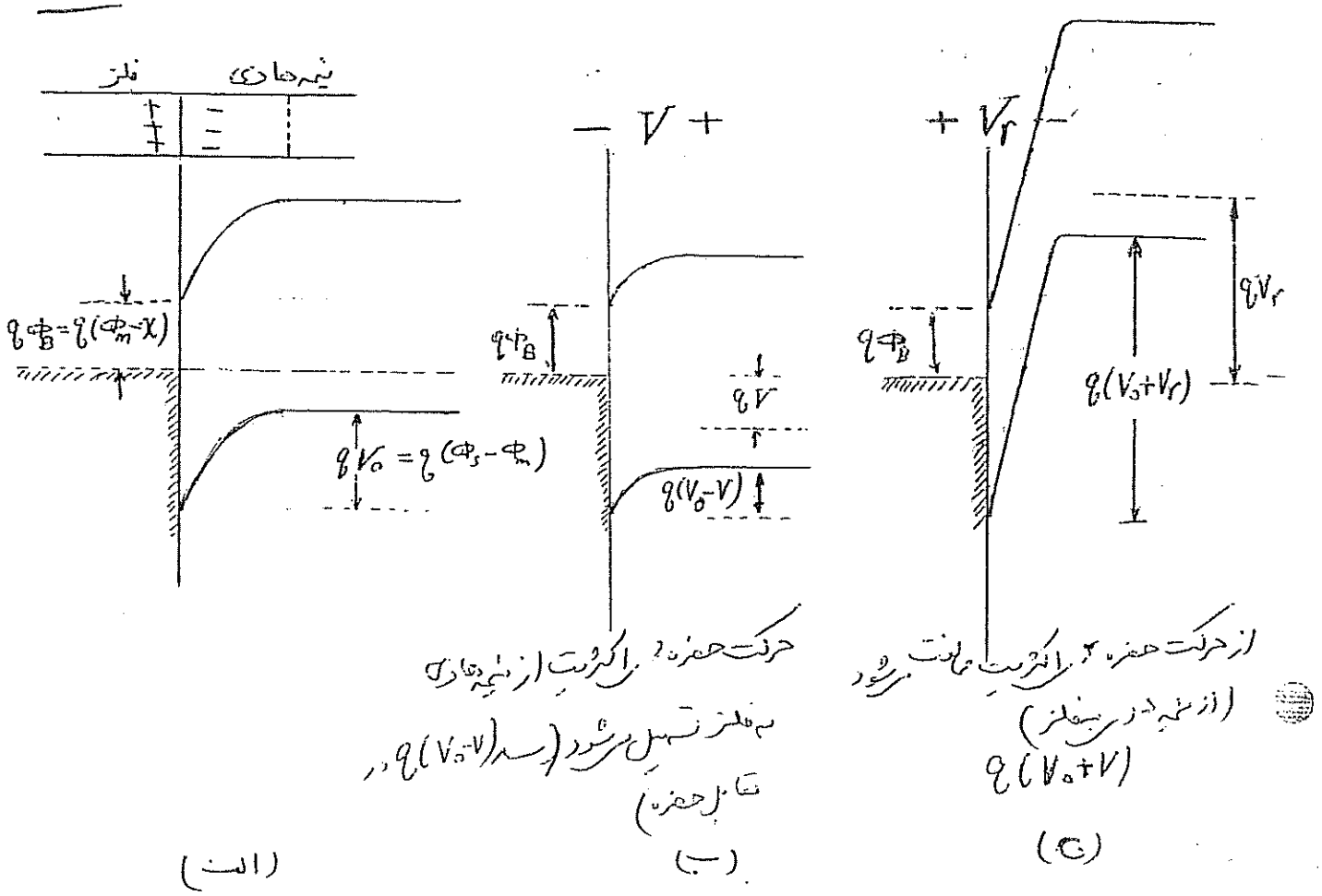
ب) بایاس معکوس

الف) در بایاس مستقیم - پتانسیل پیوند به مقدار $V_B - V$ از V_B می‌رسد ← الکترون‌ها بر هدایت نیمه‌رسانا می‌شوند

بنابراین لایه‌ی ناحیه تخلیه به طرف فلز دفیع می‌کند ← جریان از فلز به نیمه‌رسانا برقرار می‌شود.

ب) در بایاس معکوس ← سد پتانسیل به $V_0 + V_R$ افزایش می‌یابد ← حرکت الکترون از نیمه‌رسانا به فلز ناچیز می‌گردد.

در صورت حالت مستقیم و معکوس، حرکت الکترون‌ها از فلز به نیمه‌رسانا توسط سد پتانسیل $\Phi_B = \Phi_m - \chi$ محدود می‌شود.



شکل - پیوند فلز-نیمه‌هادی نوع p (با $\Phi_m < \Phi_s$) الف) بدون بایاس ب) بایاس مستقیم ج) بایاس معکوس

فرم معادله دیود حاصل شامل پیوند pn می‌باشد،

$$I = I_0\left(e^{qV/KT}-1\right) \quad (*)$$

~~$J_0 = A^{**}T^2$~~

در اینجا I_0 وابسته به ارتفاع سد Φ_B می‌باشد که به ولتاژ بایاس بستگی ندارد. لیکن انتظار می‌رود به خصوص ثابت بولتزمن وابسته باشد.

$$\boxed{A^* = 120\ A/cm^2/K^2}$$ برای الکترون آزاد

$$I_0 \sim e^{-q\Phi_B/KT}$$

$$\boxed{J_0 = A^{**}T^2 \exp\left[\frac{-q(\Phi_B-\Delta\Phi_{Bi})}{KT}\right]}$$ ثابت ریچاردسون

معادله (*) برای پیوند فلز-نیمه‌رسانای نوع p نیز معتبر است که در این حالت بایاس مستقیم متناظر با حالتی است که نیمه‌رسانا نسبت به فلز بر مثبت و فلز بر منفی باتری وصل باشد. توجه شود که در این صورت ارتفاع سد برای عبور حفره‌ها از نیمه‌رسانا به فلز برابر V_0-V کاهش می‌یابد. در بایاس معکوس، البته، سد حفره‌ها بزرگتر شده و جریان ناچیز می‌گردد.

* نکات:

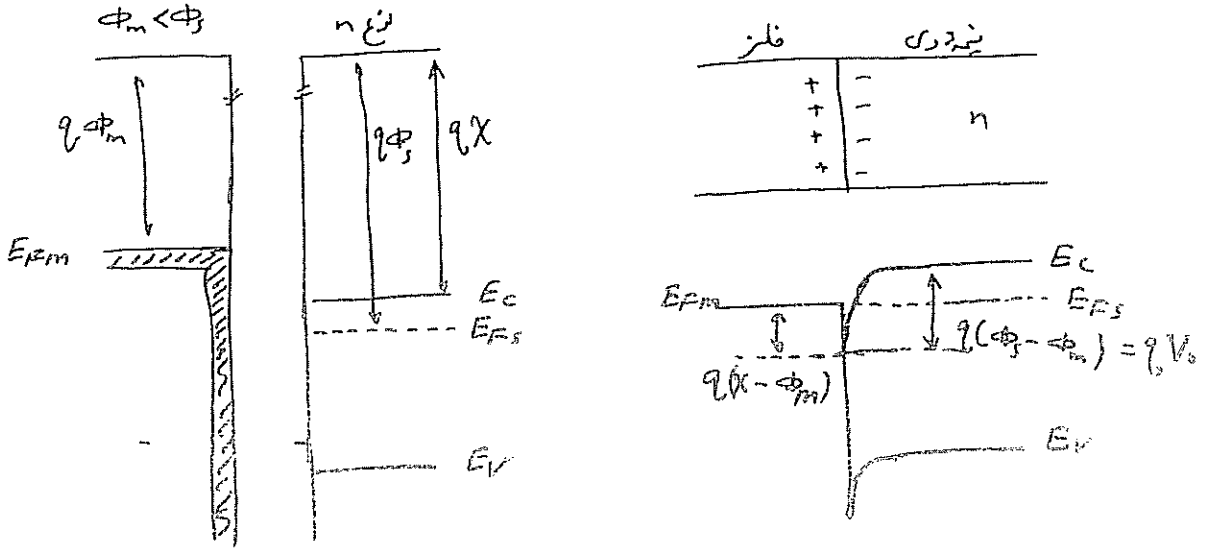
- در هر دو حالت فوق دیود تک خاصیت یکسوکنندگی دارد.
- در هر مورد جریان مستقیم ناشی از تزریق حامل‌های اکثریت از نیمه‌رسانا به درون فلز می‌باشد.
- عدم حضور تزریق حامل‌های اقلیت و در نتیجه بودن تأخیر زمانی مربوط یک مشخصه مهم دیودهای شاتکی می‌باشد.
- گرچه مقدار تزریق حامل‌های اقلیت در جریان بالا رخ می‌دهد لیکن پدیده شاتکی اساساً عاری از تزریق حامل‌های اکثریت می‌باشد.
- همگرایی‌های بالا و سرعت سوئیچینگ آنها عموماً بهتر از پیوندهای pn می‌باشد.

در اوایل تکنولوژی نیمه‌رسانا، پیوندهای یکسوکننده با پانچ کردن یک سیم روی سطح نیمه‌رسانا ساخته می‌شد. در ادوات مدرن، پیوند فلز-نیمه‌رسانا با رسوب یک فیلم فلزی مناسب روی سطح ~~صاف~~ تمیز یک نیمه‌رسانا و تعیین نقشه (Pattern) اتصال بطریق فوتولیتوگرافی، ساخته می‌شود. ادوات شاتکی مخصوصاً بسیار مناسب مدارات مجتمع می‌باشند زیرا مراحل نقاب‌بندی فوتولیتوگرافیکی (photolithographic masking) کمتری در مقایسه با ادوات پیوند p-n مورد نیاز می‌باشد.

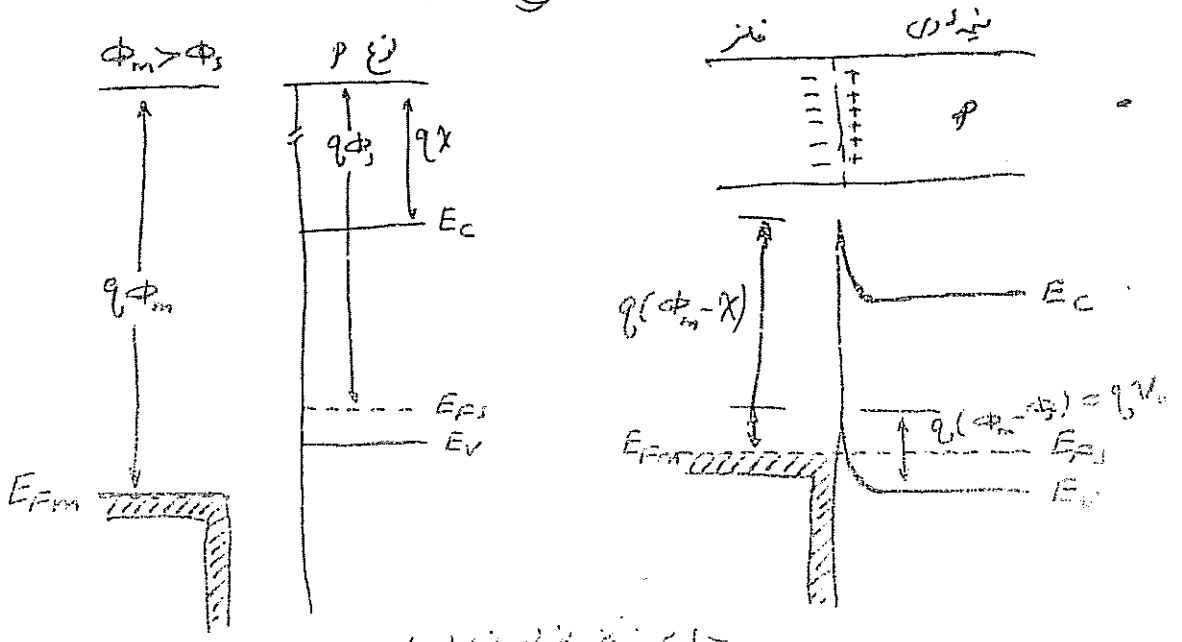
اتصال اهمی

- در بسیاری موارد نیاز به اتصال اهمی فلز-نیمه‌رسانا که دارای منحنی I-V خطی در هر دو جهت باشد، داریم. مثلاً در مدارهای مجتمع.
- این پیوند باید دارای حداقل مقاومت ممکن بوده و تمایلی به یکسو کردن جریان نداشته باشد.
- پیوند ایده‌آل فلز-نیمه‌رسانا در صورتی اهمی می‌باشد که بار القا شده در نیمه‌رسانا برای برقرار کردن تراز فرمی توسط حامل‌های اکثریت تأمین گردد.

در حالت ممکن:
- الف) اتصال فلز-نیمه‌رسانای نوع n با $\Phi_m < \Phi_s$
- ب) اتصال فلز-نیمه‌رسانای نوع p با $\Phi_m > \Phi_s$



الف) فلز-نیمه‌رسانای نوع n با $\Phi_m < \Phi_s$



ب) پیوند فلز-نیمه‌رسانای نوع p با $\Phi_m > \Phi_s$

در حالت (الف) سد پتانسیل در مقابل عبور الکترون‌ها بین فلز و نیمه‌رسانای کوچک بوده و با اعمال ولتاژ کوچکی می‌توان بر آن غلبه کرد. ضمن اینکه عبور الکترون از نیمه‌رسانا به فلز براحتی صورت می‌گیرد. لذا در هر دو جهت جریان الکتریکی را بخوبی از خود عبور می‌دهد.

بطریق مشابه در حالت "ب" حفره‌ها براحتی از پیوند عبور می‌کنند

- در اتصالات اهمی هیچ ناحیه تخلیه‌ای در نیمه‌رسانا ایجاد نمی‌شود زیرا اختلاف پتانسیل الکترواستاتیکی مورد نیاز برای هم‌راستا کردن ترازهای فرمی در حالت تعادل سبب تجمع حامل‌های اکثریت در نیمه‌رسانا می‌شود.

انباشت

روش عملی تشکیل اتصال اهمی، تزریق غلیظ نیمه‌رسانا در ناحیه پیوند می‌باشد. در این صورت اگر سدی در اینترفیس هم وجود داشته باشد، عرض ناحیه تخلیه بقدر کوچک است که حامل‌ها می‌توانند از آن طریق سد تونل بزنند.

- مثلاً می‌توان Au حاوی درصد کمی Sb را به Si نوع n آلیاژ کرد، که سبب تشکیل یک لایه n^+ در سطح نیمه‌رسانا و یک اتصال اهمی ایده‌آل می‌گردد.

- بطور مشابه با وارد کردن Al در سیلیکن نوع p می‌توان یک اتصال اهمی حاصل عملاً ناخالصی گیرنده مورد نیاز را نیز فراهم می‌کند. در نتیجه لایه سطحی هم مورد نیاز با عمل آندی حرارتی پیوند نازکی از سیلیسیم Al تشکیل می‌گردد.

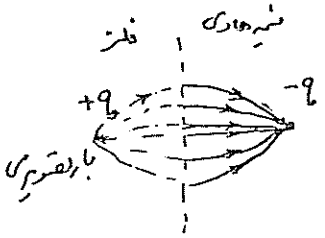
سدهای شاتکی فلز-نیمه‌رسانا

تابع کار برحسب eV

Cs	Li	Al	Au	Ag	Cu	Mg	Na
1.8	2.5	4.28	5.1	4.28	4.65	3.7	2.75

بسمه تعالی

جهت توضیح



اثر شاتکی -

وقتی یک الکترون به سطح فلز نزدیک می‌شود و ضمناً اگر فلز به فلز یک میدان الکتریکی اعمال شده باشد

می‌توان انرژی پتانسیل الکترون درست خارج از سطح فلز را حساب کرد.

- قضیه نیروی تصویری Image Force theorem

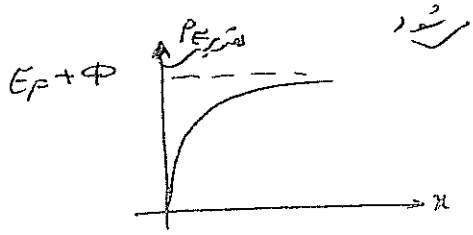
مقدار این نیرو معادل حالتی است که هر الکترون در فاصله x از سطح یک هادی نیروی را تجربه می‌کند مثل اینکه یک بار مثبت $+q$ در فاصله $2x$ از آن قرار داشته باشد:

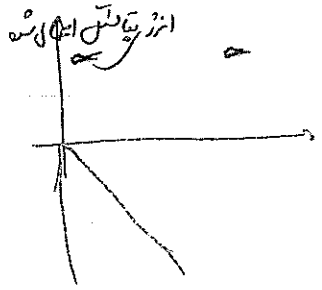
$$\text{نیرو } F = \frac{-q^2}{4\pi\varepsilon_0 (2x)^2} = \frac{-q^2}{16\pi\varepsilon_0 x^2}$$

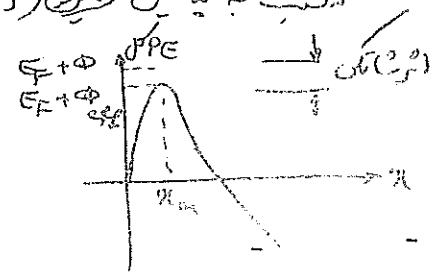
با انتگرال‌گیری از نیرو، انرژی پتانسیل به دست می‌آید

$$-\int_0^\infty F\,dx = PE_{\text{تصویری}}(x) = \frac{-q^2}{16\pi\varepsilon_0 x}$$

کل نسبت به پتانسیل صفر انرژی (در $x=\infty$) (پتانسیل زمین) سنجیده می‌شود







$$PE(x) = (E_F+\Phi) - \frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 x}$$

$$PE_{\text{اعمال شده}}(x) = -qEx$$

$$(E_F+\Phi)\quad PE(x) = \frac{-q^2}{16\pi\varepsilon_0 x} - qEx$$

$\xrightarrow{\text{مشتق}=0}$

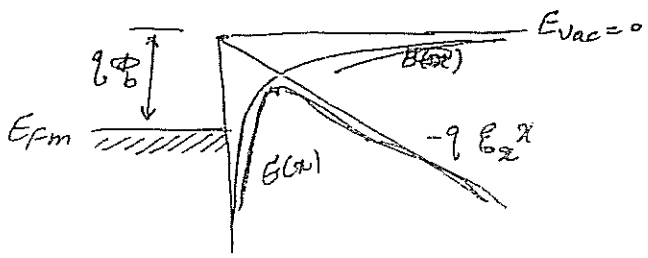
$$x_m = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{q}{\pi\varepsilon_0 E}}$$

$$\Phi_{eff} = \Phi - \sqrt{\frac{q^3 E}{4\pi\varepsilon_0}}$$

$$\beta_s = \sqrt{\frac{q^3}{4\pi\varepsilon_0}}$$ ضریب شاتکی

$$\Phi_{eff} = \Phi - \beta_s\sqrt{E}$$

این اثر را اثر شاتکی گویند.



~~پیوند ناهمگون~~ Heterojunctions
فراپیوندها

سومین دسته مهم پیوندها، متشکل از پیوند بین دو نیمه‌رسانا با بالتس منطبق فقط با باندهای متفاوت می‌باشد.

اینترفیس بین این دو نیمه‌رسانا در ~~حالت~~ بطور بالقوه نقص ساختاری خالی از دنفکت بوده و کریستال پیوستهای متشکل از فراپیوندی ~~ناهمگون~~ تکی یا چندگانه تشکیل می‌دهند. این پیوندها کاربرد گوناگونی دارند مانند ترانزیستورهای ~~دوقطبی ناهمگون~~ فراپیوندی، ترانزیستورهای اثر میدان، و لیزرهای نیمه‌رسانا.

وقتی نیمه‌رساناهای با باندهای ممنوع، تابع کار و میل الکترون متفاوت با هم پیوند تشکیل می‌دهند، در نتیجه همراستا شدن ترازهای فرمی در باندهای ممنوع ناپیوستگی بوجود آید. ناپیوستگی در باند ممنوع ΔE_g، بدلیل ناپیوستگی در باند هدایت ΔE_c و ناپیوستگی در باند ظرفیت ΔE_v رخ می‌دهد.

- قانون میل آندرسون Anderson affinity rule:

در حالت ایده‌آل، ΔE_c برابر اختلاف بین میل الکترون $q(\chi_2-\chi_1)$ بوده و ΔE_v از $\Delta E_g-\Delta E_c$ بدست می‌آید.

مثال - سیستم متقارن $GaAs-AlGaAs$، اختلاف بین باند ممنوع مشخص دو ماده به نسبت $\frac{2}{3}$ در باند هدایت و $\frac{1}{3}$ در باند ظرفیت تقسیم شده.

- همراستا شدن ترازهای فرمی ایجاب می‌کند که پتانسیل داخلی پیوند بین دو نیمه‌رسانا تقسیم شود.

- ناحیه تخلیه در هر طرف فراپیوند ~~ناهمگون~~ و مقدار پتانسیل داخلی در هر طرف (که روی هم پتانسیل پیوند V_0 را تشکیل می‌دهند) از حل معادله پواسون با شرایط مرزی $\epsilon_1 E_1 = \epsilon_2 E_2$، که بیانگر پیوستگی الکتریکی می‌باشد، بدست می‌آید.

- سد پتانسیلی که الکترون با آن مواجه است (برای عبور از طرف n به طرف p) کاملاً متفاوت از سد پتانسیل حفره برای عبور از طرف p به طرف n می‌باشد.

- عرض ناحیه تخلیه در هر طرف مشابه عرض ناحیه تخلیه در طرفین پیوند ~~pn همگون~~ است مگر اینکه ثابت دی الکتریک نیمه‌رساناهای طرفین پیوند متفاوت منظور شود.

$$x_{p_0}=\left\{\frac{2\epsilon_1 V_0}{q}\left[\frac{N_d}{N_a(N_a+N_d)}\right]\right\}^{1/2} \quad , \quad x_{n_0}=\left\{\frac{2\epsilon_2 V_0}{q}\left[\frac{N_a}{N_d(N_a+N_d)}\right]\right\}^{1/2}$$

رسم دیاگرام باند انرژی فرا پیوند

برای رسم دیاگرام باند انرژی هر دو ماده نیمه‌رسانا شامل پیوند ~~همگون یا ناهمگون~~ یا فرا پیوند به پارامترهای زیر نیاز داریم:

۱- باند ممنوع و میل الکترون که به خواص نیمه‌رسانایی بستگی دارد ولیکن به تزریق بستگی ندارد.

۲- تابع کار که هم به ماده و هم به میزان تزریق بستگی دارد.

با توجه به اینکه میل الکترون و تابع کار نسبت به تراز خلاء سنجیده می‌شوند، بنظر می‌رسد در تشکیل پیوند، همراستا شدن تراز مرجع موجب تغییر در میل الکترون برحسب مکان گردد. این امر یک تناقض است زیرا میل الکترون جزو خواص ماده است و نباید تغییر کند. برای حل این موضوع، مفهوم تراز خلاء موضعی local Vacuum level ($E_{Vac}(loc)$) تعریف می‌گردد که در طول رابط ~~تراز خلاء موضعی~~ global لبه باند هدایت تغییر کرده تا سبب شود میل الکترون ثابت باشد.

اختلاف بین تراز خلاء کلی و تراز خلاء موضعی برابر انرژی پتانسیل qV_0 در حالت تعادل می‌باشد. (V_0، پتانسیل داخلی است) این انرژی پتانسیل را می‌توان با تغییر اعمال بایاس، تغییر داد.

- برای رسم دیاگرام باند دقیق یک ~~پیوند ناهمگون~~ فرا پیوند:

- نیاز به مقادیر مناسب برای ناپیوستگی در باند انرژی است.
- میزان انحنای باند در پیوند نیز بایستی منظور شود.

- برای اینکار بایستی معادله پواسن در طول پیوند ناهمگون با در نظر گرفتن جزئیات تزریق و بار فضا حل گردد که نیاز به تحلیل کامپیوتری دارد.

البته می‌توان دیاگرام تقریبی را بدون محاسبات تفصیلی رسم کرد. با داشتن اطلاعات تجربی باند ΔE_v و ΔE_c و با انجام مراحل زیر می‌توان دیاگرام را رسم کرد:

۱- تراز مرجع دو نیمه‌رسانا را همراستا کنید. باندهای دو نیمه‌رسانا را از هم جدا نمایید و فضای کافی برای ناحیه تخلیه در نظر بگیرید.

۲- محل پیوند متالورژیکی ($x=0$) را نزدیک و طرف ضعیف‌تر در نظر بگیرید. در $x=0$ مقادیر ΔE_v و ΔE_c را که باندهای ممنوع متناظر جدا شده‌اند، قرار دهید.

۳- تراز باندهای باند ممنوع را به هم وصل کنید. باند ممنوع هر ماده را ثابت نگه دارید.

مثال. در سیستم فرایوند $GaAs-AlGaAs$ ، اختلاف باند ممنوع مستقیم ΔE_g^{Γ} ، تقریباً میزان $\frac{2}{3}$ در طرف باند هدایت و $\frac{1}{3}$ در طرف باند ظرفیت قرار دارد. برای نسبت Al برابر 0.3 ، $AlGaAs$ یک نیمه‌رسانای مستقیم با $E_g^{\Gamma}=1.85\,eV$ می‌باشد. در دو حالت زیر دیاگرام باند را رسم کنید:

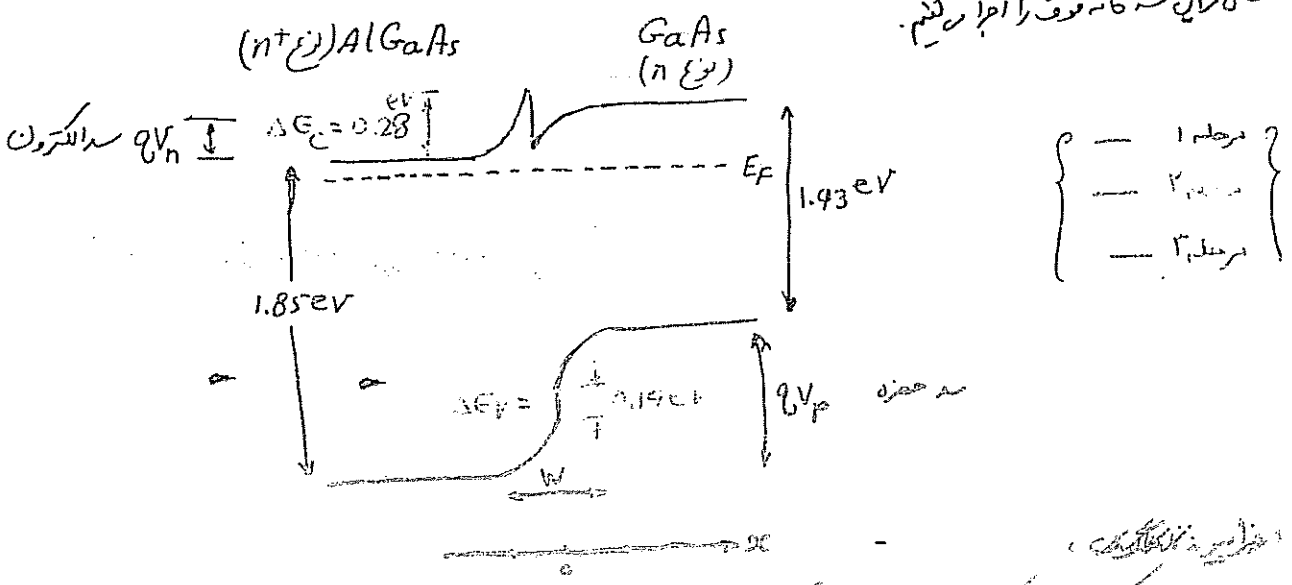
الف) $N^+-Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ روی $GaAs$ نوع n . (فرایوند هماهنگ)

ب) $N^+-Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ روی p^+-GaAs . (فرایوند ناهماهنگ)

حل: الف)

$$\Delta E_g = 1.85-1.43 = 0.42\,eV \Longrightarrow \begin{cases}\Delta E_c = 0.28\,eV\\ \Delta E_v = 0.14\,eV\end{cases}$$

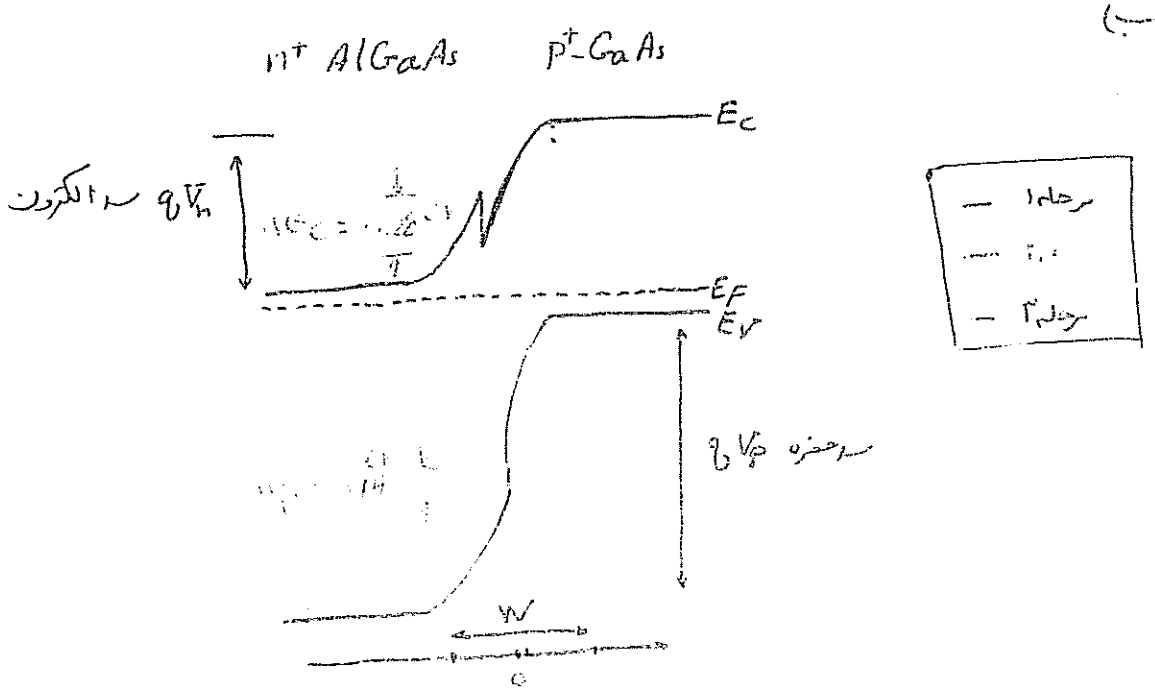
حال مراحل سه‌گانه فوق را اجرا می‌کنیم.



(فرایوند هماهنگ)

توجه شود که سد الکترون با سد حفره یکسان نیست. از این خاصیت برای تغییر نسبت تزریق الکترون و حفره استفاده می‌شود.

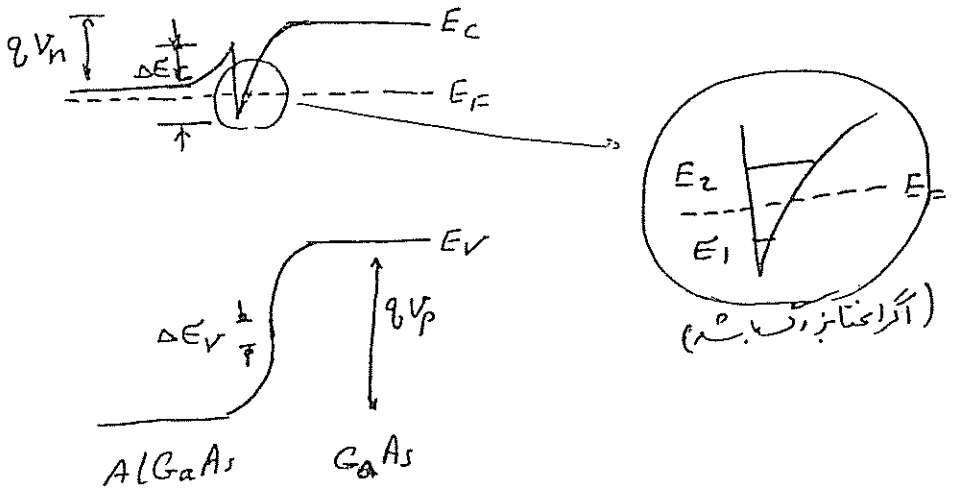
ب)



کاربردها و خواص فرا پیوندهای ناهمگون

فرا پیوندهای ناهمگون خواص متعدد و جالبی دارند که یکی از آنها در مثال زیر آورده می‌شود.

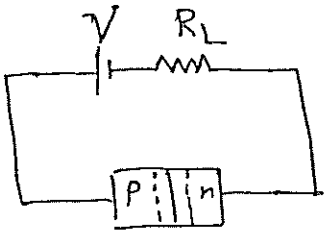
- پیوند N^+-$AlGaAs$ روی $GaAs$ رقیق.



- بدلیل ناپیوستگی باند هدایت، الکترونها می‌توانند از N^+-$AlGaAs$ به درون $GaAs$ پرتاب شوند که در آنجا در چاه پتانسیل مربع به تله می‌افتند.
- الکترونها در طرف $GaAs$ تجمع کرده سبب می‌شوند تراز فرمی را در ناحیه نزدیک فصل مشترک به بالاتر از تراز هدایت منتقل کنند.
- الکترونها در چاه پتانسیل باند هدایت $GaAs$ محبوس می‌شوند. این الکترونها سبب تابعیت تحرک الکترون بالا می‌شوند زیرا الکترونهای این چاه پتانسیل از $AlGaAs$ می‌آیند و نه از ناخالصی درون $GaAs$. در نتیجه تمرکز ناخالصی چاه $GaAs$ ناچیز بوده و پیوستگی تقریباً بطور کامل توسط تمرکز لتیس (فونون) کنترل می‌شود. در درجه حرارت پائین که تمرکز لتیس (فونون) کوچک می‌باشد، پیوستگی در این ناحیه بسیار بزرگ است.
- اگر اختلاف باند هدایت $GaAs$ بازاء کافی باشد، چاه پتانسیل بسیار باریک شده و حالتهای جداگانه‌ای مانند E_1 و E_2 تشکیل می‌شود.

بسمه تعالی

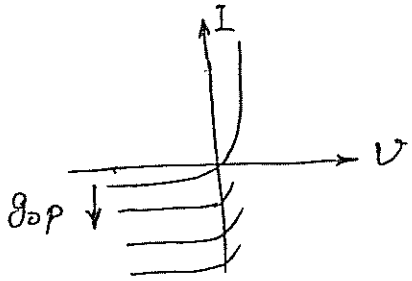
ترانزیستور BJT



دیدیم در یک پیوند pn با بایاس معکوس:

جریان معکوس تقریباً ثابت است و به میدان E بستگی ندارد زیرا

- جریان معکوس به میزان EHP تولید شده در فاصله طول پخش انتقال بستگی دارد.

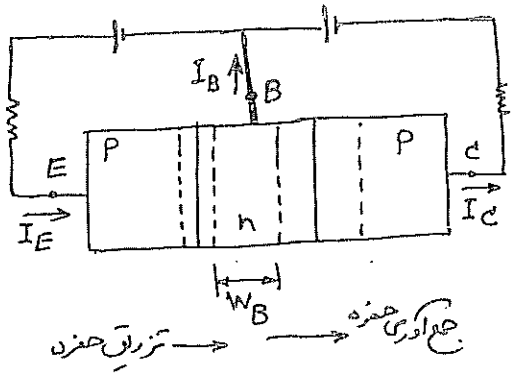


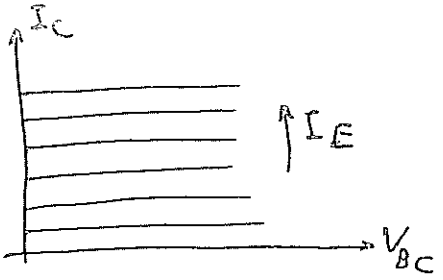
- نه به سرعت جاروب شدن حاملها در ناحیه تخلیه

در نتیجه می‌توان با افزایش میزان تولید EHP جریان معکوس دیود را افزایش داد. به دو روش انجام می‌شود:

- به روش نوری: با اعمال نور به پیوند. مثلاً در فتودیود
- به روش الکتریکی:

در روش الکتریکی، با تزریق حاملهای اقلیت بر روی موز پیوند جریان معکوس افزایش می‌یابد. این کار را می‌توان با استفاده از یک پیوند pn با بایاس مستقیم انجام داد.





I_B مقدار کوچکی است.

با طراحی مناسب بایستی مقدار I_B را حتی‌الامکان کوچک کرد.

برای این کار عوامل تولید I_B را باید شناخت ←

در مورد بیس ۳ پدیده مهم وجود دارد که با استفاده از شکل زیر توضیح داده می‌شود

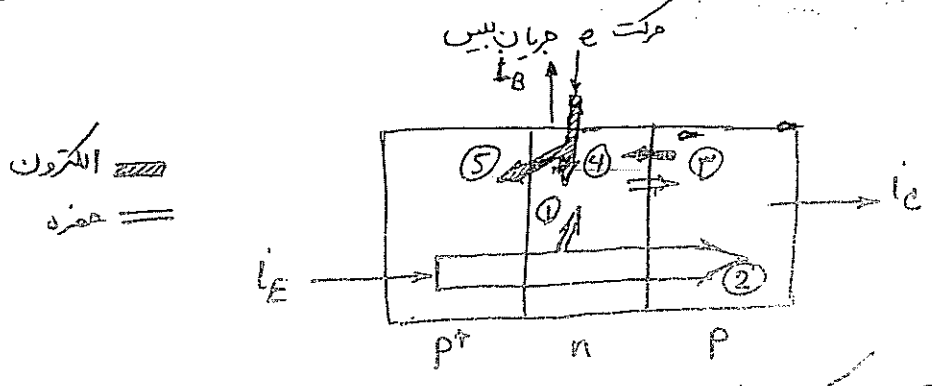
a) حتی اگر $W_b \ll L_p$ باشد مقداری بازترکیب حفره با الکترون در بیس رخ می‌دهد. الکترونهایی که در اثر بازترکیب از بین می‌روند بایستی از طریق اتصال بیس مجدداً تأمین گردند (① و ④ در شکل زیر).

b) در پیوند امیتر، که بایاس مستقیم است، مقداری الکترون از n به p تزریق می‌گردد، حتی اگر امیتر نسبت به بیس به مقدار زیاد ناخالص شده باشد (heavily doped) شدیداً ناخالص. این الکترونها نیز بایستی توسط I_B تأمین گردند ⑤

این دو اثر غالب دارند

c) در پیوند کلکتور، که بایاس معکوس است، برخی الکترونها بدلیل تولید حرارتی در کلکتور به داخل بیس جاروب می‌شوند. این جریان کوچک، ~~ص~~ به دلیل تامین بخشی از الکترونها در بیس، جریان بیس را کاهش می‌دهد. ③

پدیده‌های a و b نقش غالب دارند لیکن می‌توان با طراحی مناسب ترانزیستور آنها را به میزان زیادی کاهش داد.



① حفره‌های تزریقی بازترکیب شده در بیس.

② حفره‌هایی که به کلکتور می‌رسند (تحت بایاس معکوس).

③ EHP تولید شده حرارتی که جریان اشباع معکوس را تشکیل می‌دهند.

④ الکترونهای اتصال بیس برای بازترکیب حفره‌ها.

⑤ الکترونهای تزریق شده به امیتر با بایاس مستقیم.

معادله‌های جریان ترانزیستور

$i_C = B\, i_{Ep}$ (اثر ②) B ضریب ترابری بیس

$\gamma = \dfrac{i_{Ep}}{i_{Ep}+i_{En}}$ اثر ⑤ γ راندمان تزریق امیتر

$\dfrac{i_C}{i_E} = \dfrac{B\, i_{Ep}}{i_{En}+i_{Ep}} = B\gamma = \alpha$ α ضریب تقویت جریان

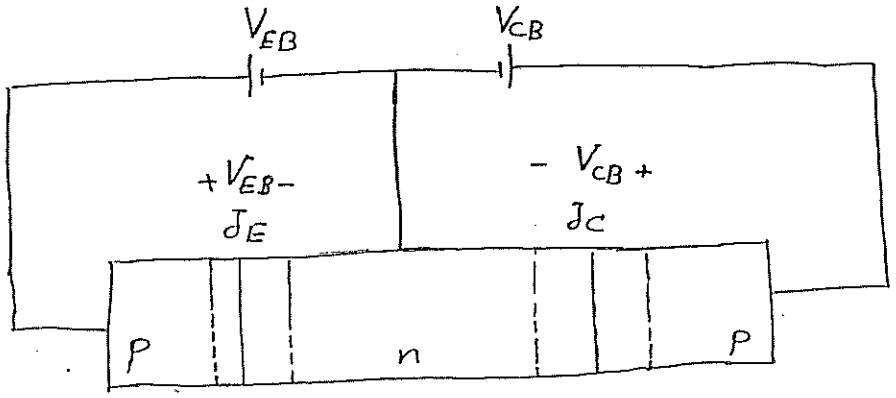
$$i_B = i_{En} + \underbrace{(1-B)}_{\text{ضریب بازترکیب اثر ۵}}\, i_{Ep} \Rightarrow \frac{i_C}{i_B} = \frac{B\, i_{Ep}}{i_{En} + (1-B)\, i_{Ep}} = \frac{B\gamma}{1-B\gamma} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \equiv \beta$$

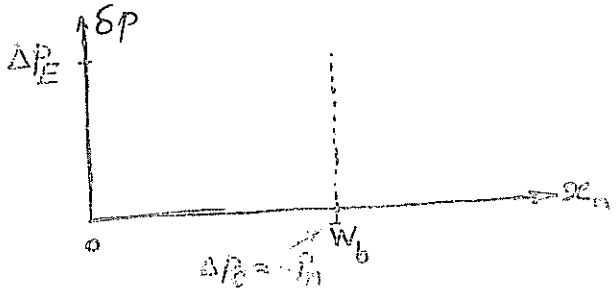
اثر ۱

β ضریب تقویت جریان کلکتور به بیس

معادلات ترانزیستور

از حل معادله دیفیوژن در بیس می‌توان روابط ترانزیستور را بدست آورد ← محاسبه جاهای اضافی در بیس





با استفاده از مباحث مربوط به پیوند pn در بایاس مستقیم و معکوس داریم:

امیتر بیس بایاس مستقیم $\Delta P_E = P_n\left(e^{qV_{EB}/KT} - 1\right)$

کلکتور بیس بایاس معکوس $\Delta P_C = P_n\left(e^{qV_{CB}/KT} - 1\right)$

$$\xrightarrow[V_{CB} < 0]{V_{EB} \gg \frac{KT}{q}} \begin{cases} \Delta P_E \approx P_n e^{qV_{EB}/KT} \\ \Delta P_C = -P_n \end{cases}$$

حال با توجه به شرایط مرزی فوق، معادله دیفیوژن در بیس را حل می‌کنیم (در حالت دائمی):

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\delta p(x_n)}{dx_n^2} = \dfrac{\delta p(x_n)}{L_p^2} \\ \delta p(x_n = 0) = \Delta P_E \\ \delta p(x_n = W_b) = \Delta P_C \end{cases}$$

پاسخ معادله به صورت زیر است:

$$\begin{cases} \delta p(x_n) = C_1 e^{x_n/L_p} + C_2 e^{-x_n/L_p} \\ C_1 + C_2 = \Delta P_E \\ C_1 e^{W_b/L_p} + C_2 e^{-W_b/L_p} = \Delta P_c \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{W_b/L_p} & e^{-W_b/L_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_E \\ \Delta P_c \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \frac{\Delta P_E e^{-W_b/L_p} - \Delta P_c}{e^{-W_b/L_p} - e^{W_b/L_p}} \quad , \quad C_2 = \frac{\Delta P_c - \Delta P_E e^{W_b/L_p}}{e^{-W_b/L_p} - e^{W_b/L_p}}$$

حالت تقریبی: $\Delta P_c = -P_n \approx 0$

$$\delta p(x_n) = \Delta P_E \frac{e^{W_b/L_p} e^{-x_n/L_p} - e^{-W_b/L_p} e^{x_n/L_p}}{e^{W_b/L_p} - e^{-W_b/L_p}}$$

می‌توان این رابطه را به صورت زیر نوشت:

$$\boxed{\delta p(x_n) = M_1 \Delta P_E e^{-x_n/L_p} - M_2 \Delta P_E e^{x_n/L_p}}$$

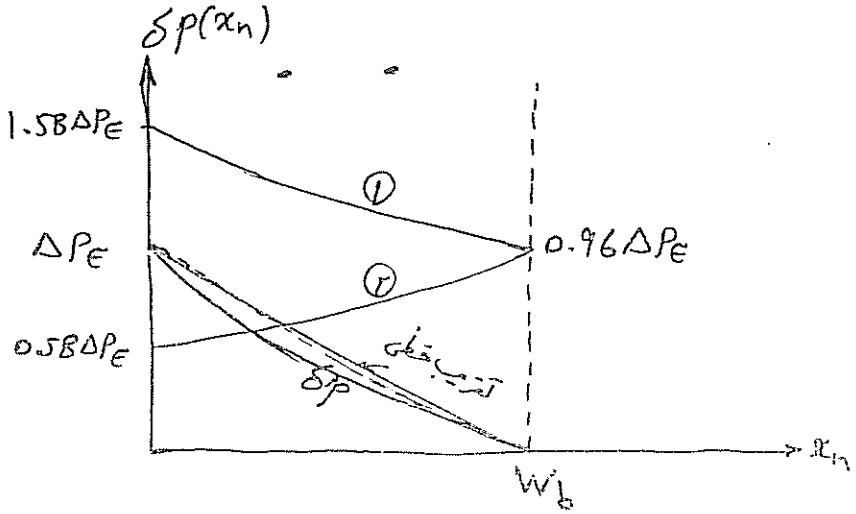
که در آن

$$M_1 = \frac{e^{W_b/L_p}}{e^{W_b/L_p} - e^{-W_b/L_p}} \quad , \quad M_2 = \frac{e^{-W_b/L_p}}{e^{W_b/L_p} - 1}$$

مثال عددی

$$\Leftarrow \frac{W_b}{L_p} = \frac{1}{2}$$

$M_1 = 1.58$, $M_2 = 0.58$



محاسبه جریان ترمینالها

با داشتن غلظت حاملهای اقلیت می‌توان جریان ترمینالها را حساب کرد.

جریان دیفیوژن حاملهای اقلیت برابر است با:

$$I_p(x_n) = -qAD_p \frac{d\delta p(x_n)}{dx_n}$$

که در آن:

$$\delta p(x_n) = C_1 e^{x_n/L_p} + C_2 e^{-x_n/L_p}$$

جریان دیفیوژن حفره‌ها در بیس

$$\boxed{I_p(x_n) = \frac{-qAD_p}{L_p} C_1 e^{x_n/L_p} + \frac{qAD_p}{L_p} C_2 e^{-x_n/L_p}}$$

جریان امیتر حفره‌ها

$$I_{Ep} = I_p(x_n=0) = \frac{-qAD_p}{L_p}(C_1 - C_2) =$$

$$I_{Ep} = \frac{qAD_p}{L_p}\left[\frac{\Delta P_E e^{-W_b/L_p} - \Delta P_C}{e^{W_b/L_p} - e^{-W_b/L_p}} - \frac{\Delta P_C - \Delta P_E e^{W_b/L_p}}{e^{W_b/L_p} - e^{-W_b/L_p}}\right]$$

یا:

$$I_{Ep} = \frac{-qAD_p}{L_p}\left[\frac{\Delta P_E\left(e^{W_b/L_p} + e^{-W_b/L_p}\right) - 2\Delta P_C}{e^{W_b/L_p} - e^{-W_b/L_p}}\right]$$

یا:

$$I_E \simeq \boxed{I_{Ep} = \frac{qAD_p}{L_p}\left(\Delta P_E \coth\frac{W_b}{L_p} - \Delta P_C \operatorname{csch}\frac{W_b}{L_p}\right)} \quad (1)$$

به همین ترتیب

$$I_C = I_p(x_n = W_b) = \frac{-qAD_p}{L_p} C_1 e^{W_b/L_p} + \frac{qAD_p}{L_p} C_2 e^{-W_b/L_p}$$

$$= \frac{-qAD_p}{L_p} e^{W_b/L_p} \frac{\Delta P_E e^{-W_b/L_p} - \Delta P_C}{e^{-W_b/L_p} - e^{W_b/L_p}} + \frac{qAD_p}{L_p} e^{-W_b/L_p} \frac{\Delta P_C - \Delta P_E e^{W_b/L_p}}{e^{-W_b/L_p} - e^{W_b/L_p}}$$

$$= \frac{-qAD_p}{L_p} \frac{2\Delta P_E}{e^{-W_b/L_p} - e^{W_b/L_p}} + \frac{qAD_p}{L_p} \Delta P_C \frac{e^{W_b/L_p} + e^{-W_b/L_p}}{e^{-W_b/L_p} - e^{W_b/L_p}}$$

$$\boxed{= -\frac{qAD_p}{L_p}\left(\Delta P_E \operatorname{csch}\frac{W_b}{L_p} - \Delta P_C \coth\frac{W_b}{L_p}\right)} \quad (2)$$

حال می‌توان I_B را نیز بدست آورد. با فرض $(\gamma=1)$ $I_E \approx I_{Ep}$

$$I_B = I_E - I_C = \frac{qAD_p}{L_p}\left[\Delta P_E\left(\coth\frac{W_b}{L_p} - \operatorname{csch}\frac{W_b}{L_p}\right) + \Delta P_C\left(\coth\frac{W_b}{L_p} - \operatorname{csch}\frac{W_b}{L_p}\right)\right]$$

$$= \frac{qAD_p}{L_p}\left[(\Delta P_E + \Delta P_C)\left(\coth\frac{W_b}{L_p} - \operatorname{csch}\frac{W_b}{L_p}\right)\right]$$

$$\boxed{I_B = qA\frac{D_p}{L_p}\left[(\Delta P_E + \Delta P_C)\tanh\frac{W_b}{2L_p}\right]} \quad (۳)$$

روابط (۱)، (۲) و (۳) نه فقط برای ترانزیستور در حالت بایاس معمولی معتبر است، بلکه می‌توان کلکتور را بایاس معکوس شده در نظر گرفت ($\Delta P_C = -P_n$) یا آنرا بایاس مستقیم نمود.

$$\begin{cases} \Delta P_E \simeq P_n e^{qV_{EB}/KT} \\ \Delta P_C \approx -P_n \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} V_{EB} >> \frac{KT}{q} : \text{اگر پیوند امیتر با بایس مستقیم قوی شده باشد} \\ V_{CB} << 0 \quad \text{پیوند امیتر با بایس معکوس قوی شده باشد} \end{cases}$$

اینک همه غلظت حفره‌های اضافی $\delta p(x_n)$ در ناحیه بیس را با اعمال شرایط مرزی بدست آورده و تغییرات آن را تحلیل می‌کنیم.

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\delta p(x_n)}{dx_n^2} = \dfrac{\delta p(x_n)}{L_p^2} \\ \delta p(x_n=0) = \Delta P_E \\ \delta p(x_n=W_b) = \Delta P_C \end{cases}$$

$$\begin{cases} \delta p(x_n) = C_1 e^{x_n/L_p} + C_2 e^{-x_n/L_p} \quad (*) \\ C_1 + C_2 = \Delta P_E \\ C_1 e^{W_b/L_p} + C_2 e^{-W_b/L_p} = \Delta P_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = \dfrac{\Delta P_C - \Delta P_E e^{-W_b/L_p}}{e^{W_b/L_p} - e^{-W_b/L_p}} \\ C_2 = \dfrac{\Delta P_E e^{W_b/L_p} - \Delta P_C}{e^{W_b/L_p} - e^{-W_b/L_p}} \end{cases}$$

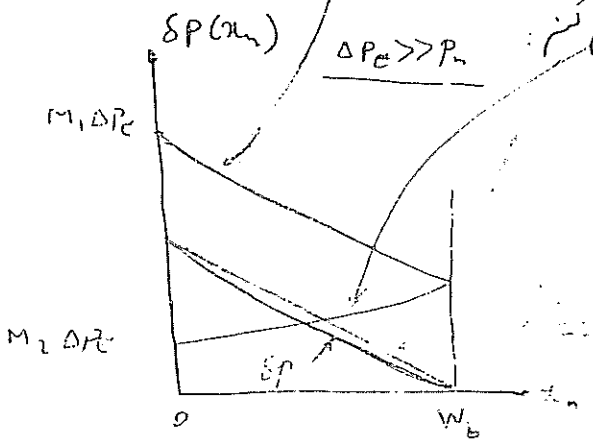
با قرار دادن C_1 و C_2 در (*) رابطه کلی توزیع حفره در ناحیه بیس بدست می‌آید.

چون اکثر ناحیه کلکتور با بایس معکوس قوی می‌باشد و در نتیجه غلظت حفره P_n در مقایسه با ΔP_E ناچیز می‌باشد، بنابراین بدست می‌آید:

$$\delta p(x_n) = \Delta P_E \frac{e^{W_b/L_p} \cdot e^{-x_n/L_p} - e^{-W_b/L_p} \cdot e^{x_n/L_p}}{e^{W_b/L_p} - e^{-W_b/L_p}} \quad : (\Delta P_C \approx 0 \text{ اگر})$$

$$\boxed{\delta p(x_n) = M_1 \Delta P_E e^{-x_n/L_p} - M_2 \Delta P_E e^{x_n/L_p}}$$

اگر برای یک $\frac{W_b}{L_p}$ مقدار ارائه‌ای ($\simeq \frac{1}{2}$) اجزاء را رسم کنیم:



مرزهایی که $\delta P(x_n)$ تقریباً بطور خطی در ناحیه بیس تغییر می‌کند علت اختلاف با خط، بدلیل I_B مربوط به بازترکیب در ناحیه بیس می‌باشد.

محاسبه جریان ترمینال

با توجه به شیب غلظت حامل در لبه ناحیه تخلیه می‌توان جریان پایه آورد:

$$I_p(x_n) = -qAD_p \frac{d\delta p(x_n)}{dx_n}$$

$$x_n = 0 \Rightarrow \boxed{I_{Ep} = I_p(x_n=0) = qA\frac{D_p}{L_p}(C_2 - C_1)}$$

جریان امیتر ناشی از حفره‌ها

همین طور جریان کلکتور I_c ، هر فقط از الکترون‌هایی که از کلکتور به بیس می‌روند، فقط از حفره‌هایی که برگشته به ناحیه تخلیه کلکتور از طریق بیس تأمین می‌شوند.

$$x_n = W_b \Rightarrow \boxed{I_c = I_p(x_n=W_b) = qA\frac{D_p}{L_p}\left(C_2 e^{-W_b/L_p} - C_1 e^{W_b/L_p}\right)}$$

اگر مقادیر C_1 و C_2 جایگزین شوند:

$$I_{Ep} = qA\frac{D_p}{L_p}\left[\frac{\Delta P_E\left(e^{W_b/L_p} - e^{-W_b/L_p}\right) - 2\Delta P_c}{e^{W_b/L_p} - e^{-W_b/L_p}}\right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_{Ep} = qA\frac{D_p}{L_p}\left(\Delta P_E \operatorname{cth}\frac{W_b}{L_p} - \Delta P_c \operatorname{csch}\frac{W_b}{L_p}\right) \\ I_c = qA\frac{D_p}{L_p}\left(\Delta P_E \operatorname{csch}\frac{W_b}{L_p} - \Delta P_c \operatorname{cth}\frac{W_b}{L_p}\right) \end{cases}$$

برای محاسبه I_B کافی است $I_E - I_c$ را بدست بیاوریم. با فرض اینکه $I_E \simeq I_{Ep}$ $(\gamma = 1)$:

$$I_B = I_E - I_c = qA\frac{D_p}{L_p}\left[(\Delta P_E + \Delta P_c)\left(\operatorname{cth}\frac{W_b}{L_p} - \operatorname{csch}\frac{W_b}{L_p}\right)\right]$$

$$\boxed{I_B = qA\frac{D_p}{L_p}\left[(\Delta P_E + \Delta P_c)\tanh\frac{W_b}{2L_p}\right]}$$

مهم: روابط فوق (*) و (**) نه فقط برای ترانزیستورهای بایپولر معمولی معتبرند، بلکه متد روزانه کلکتور را با بیس معکوس شده کرد ($\Delta P_E = -P_A$) یا آنها با بیس مستقیم شوند.

ضریب تبدیل جریان — ضریب برابر بین

$$\gamma = \frac{i_{Ep}}{i_{En}+i_{Ep}} \quad , \quad \alpha = \frac{i_C}{i_E} = \frac{B i_{Ep}}{i_{En}+i_{Ep}} = B\gamma$$

γ : نسبت انتقال حامل‌ها از امیتر به کلکتور

مرزهای نشان داده (لترین)

$$\gamma = \left[1+\frac{L_p^n n_n \mu_n^p}{L_n^p p_p \mu_p^n}\tanh\frac{W_b}{L_p^n}\right]^{-1} \simeq \left[1+\frac{W_b n_n \mu_n^p}{L_n^p p_p \mu_p^n}\right]^{-1}$$

برای pnp :

ضریب انتقال جریان بیس

$$B = \frac{I_C}{I_{Ep}} = \frac{\operatorname{csch} W_b/L_p}{\coth W_b/L_p} = \operatorname{sech}\frac{W_b}{L_p}$$

مثال

یک ترانزیستور pnp را در نظر بگیرید که غلظت ناخالصی امیتر ده برابر غلظت بیس باشد.

بیشتر حامل اقلیت در امیتر، نصف بیس می‌باشد.

عرض بیس یک دهم طول نفوذ حامل اقلیت می‌باشد.

طول عمرها مساوی می‌باشند

مقادیر α و β را محاسبه کنید.

$$\alpha = B\gamma = \left[\cosh\frac{W_b}{L_p^n} + \frac{L_p^n n_n \mu_n^p}{L_n^p p_p \mu_p^n}\sinh\frac{W_b}{L_p^n}\right]^{-1}$$

با استفاده از رابطه اینشتین و قرار دادن $\frac{L_p^n}{L_n^p} = \sqrt{\frac{\mu_p^n}{\mu_n^p}}$ (چون طول عمرها یکسان است)

$$\alpha = 0.988$$

$$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} = 82 \qquad \frac{i_C}{i_B} = \frac{B\gamma}{1-B\gamma} = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

بسمه تعالی

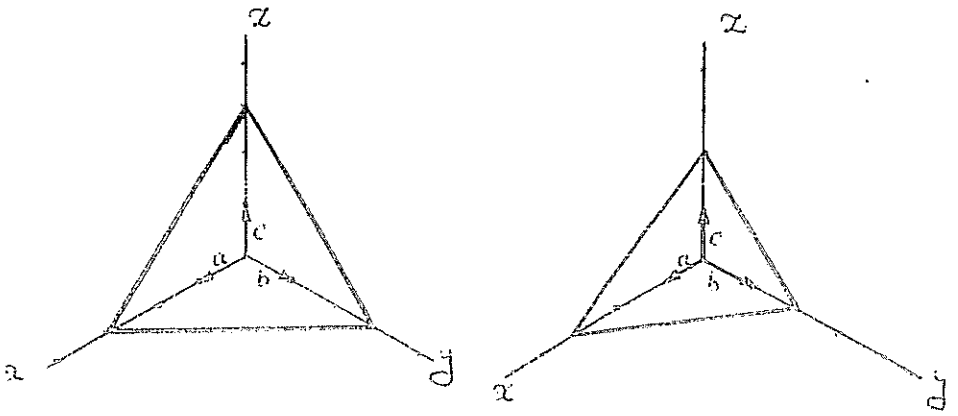
فیزیک الکترونیک

ص ۱ — سری اول

۱- کلرید سدیم ($NaCl$) یک کریستال مکعبی است که دارای تقارن یا SC می‌باشد. هر اتم سدیم توسط شش اتم کلر در لتیس سه بعدی احاطه شده است و برعکس. لتیس دو بعدی $NaCl$ را از دید جهت <100> رسم و یک سلول واحد را مشخص نمائید. به خاطر داشته باشید که سلول واحد می‌بایست با جابجایی بمیزان بردار یکه تکرار پذیر باشد.

۲- الف) صفحات نشان داده شده در شکل زیر را مشخص نمائید:

ب) جهت اریب معادل <111>، <100> و <110> را در لتیس مکعبی رسم کنید. از یک مکعب واحد برای نمایش هر کدام از مجموعه جهت‌های معادل استفاده نمائید.



۳- نشان دهید حداکثر حجم نسبی سلول واحد که توسط کره‌های توپر در لتیس‌های SC، bcc و الماس اشغال می‌شوند به ترتیب 0.52، 0.68 و 0.34 می‌باشد.

۴- الف) اتم‌های سیلیکن در واحد سطح (اتم/cm²) روی سطح (100) یک بلور سیلیکن را بدست آورید.

ب) فاصله بین نزدیکترین اتم‌های In موجود در InP چقدر می‌باشد؟

۵- شعاع یون Na^+ (عدد اتمی 11) و Cl^- (عدد اتمی 17.5) به ترتیب 1.0 و 1.8 آنگستروم می‌باشد. [illegible] $NaCl$ [illegible] 2.16 g/cm³.

۶- با استفاده از ثابت های فیزیکی (ضمیمه III)، وزن اتمی و عدد آووگادرو چگالی Ge و InP را محاسبه و مقادیر حاصله را با مقادیر ضمیمه III مقایسه کنید.

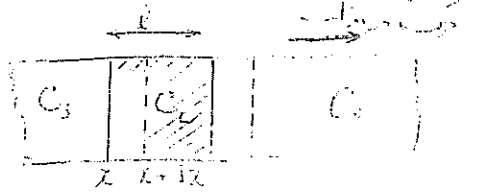
۷- یک کریستال سیلیکن از درون مذاب بیرون کشیده شده و با آرسنیک تزریق می‌گردد ($K_d = 0.3$). اگر وزن سیلیکن 1 Kg باشد، چند گرم آرسنیک باید وارد شود تا در اولین مرحله رشد ناخالصی $10^{15}\ cm^{-3}$ بدست آید.

۸- یکی از روشهای تصفیه شمش نیمه‌رسانا از ناخالصی، روش تصفیه منطقه‌ای (Zone refining) می‌باشد که در این روش یک ناحیه از شمش به روش‌های مختلف از قبیل تشعشع حرارتی ناشی از یک هیتر متحرک، ذوب می‌گردد. در سطح مشترک ناحیه مذاب و ناحیه جامد غلظت ناخالصی در جامد C_s و غلظت ناخالصی در مذاب C_L در حالت تعادل از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$K_d = \frac{C_s}{C_L}$$

که در آن K_d را ضریب توزیع distribution coefficient گویند. اگر هر بار از یک سر شمش شروع کرده و ناحیه مذاب را به طرف سر دیگر حرکت دهیم، ناحیه بجا مانده در پشت سر ناحیه مذاب که حالت انجماد شده است، دارای خواص بهتری خواهد شد. به عبارت دیگر ناخالصی به سمت انتها رانده می‌شود. برای پیدا کردن انجام این کار و همچنین مقدار ناخالصی در آن دارای خواص بیشتر مالایم شده و لذا با پیمودن سرتاسر شمش یک منطقه تقریباً خالص بدست می‌آید. برای محاسبه توزیع یک ناخالصی به خصوص در داخل جسم جامد را پس از یک دور تصفیه حساب کنیم. فرض کنید طول میله l و سطح مقطع آن A باشد. ضمناً غلظت ناخالصی در ناحیه مذاب $C_L(x)$ در نظر گرفته می‌شود. غلظت ناخالصی در سمت راست منطقه مذاب C_0 می‌باشد. نشان دهید که توزیع ناخالصی پس از یک دور به صورت زیر است:

$$C_s(x) = C_0 - C_0(1-K_d)e^{-K_d x/l}$$



ناحیه مورد نظر که رشد می‌کند ناحیه مذاب به اندازه Δx بسمت راست حرکت کرده و با تکرار دهید:

[illegible]

بسمه تعالی

اسفند ۸۷

سری ۲

فیزیک الکترونیک - مسائل سری اول - بخش ۲

۱- ثابت شبکه سیلیکن برابر $5.43\,\mathring{A}$ است ($a=5.43\,\mathring{A}$). مطلوب است محاسبه تعداد اتمهای سیلیکن در یک MOSFET سیلیکن به ابعاد $50\mu m \times 2\mu m \times 1\mu m$.

۲- چگالی سطحی اتمهای Ga در سطح یک قطعه GaAs در صفحه (001)، چنانچه این صفحه به Ga ختم شده باشد، را حساب کنید.

۳- چگالی صفحه‌ای اتمها در صفحه (111) یک قطعه GaAs را بدست آورید.

۴- چگالی سطحی اتمهای سیلیکن در صفحه (110) را تعیین کنید ($atoms/cm^2$).

۵- مطلوب است فاصله بین صفحات (111) مجاور در Si که از دو اتم ها می‌گذرند.

۶- کلرید سدیم (NaCl) یک بلور مکعبی SC با اتمهای متناوب (یک سدیم، یک کلر) می‌باشد به طوری که هر اتم Na با شش اتم کلر مجاور محاصره شده و بالعکس.

الف) یک شبکه دو بعدی NaCl از مقطع <100> را رسم کنید.

ب) اگر شعاع اتمی یونی Na^+ و Cl^- به ترتیب $1.0\,\mathring{A}$ و $1.8\,\mathring{A}$ باشد و یونها به صورت کره‌های توپر در نظر گرفته شوند، چگالی NaCl را حساب کنید و با مقدار تجربی $2.16\,g/cm^3$ مقایسه نمائید.

وزن اتمی سدیم و کلر را به ترتیب 23 و 35.5 در نظر بگیرید.

۷- فرض کنید ثابت شبکه یک آلیاژ سه تایی به صورت خطی برحسب x تغییر می‌کند.

الف) به ازای چه مقدار x، شبکه $AlSb_xAs_{1-x}$ بر شبکه InP منطبق است؟

ب) چه ترکیبی از $In_xGa_{1-x}P$ دارای شبکه منطبق بر شبکه GaAs است؟

ج) در هر مورد گاف انرژی ترکیب حاصل را حساب کنید.

	AlAs	AlSb	InP	GaP	GaAs
$a(\mathring{A})$	5.66	6.14	5.87	5.45	5.65
$E_g(eV)$	2.16	1.6	1.35	2.26	1.43

۸- می‌خواهیم یک کریستال Si را با روش چوکرالسکی رشد دهیم، به طوری که میزان ناخالصی فسفر (P) در آن $10^{16}\ cm^{-3}$ باشد.

الف) مطلوب است تعیین غلظت اولیه فسفر در ماده مذاب اولیه به طوری که غلظت فوق برای ناخالصی‌ها بدست آید. فرض کنید برای ناخالصی P در درون Si، $K_d = 0.35$ می‌باشد که در آن K_d برابر نسبت غلظت ناخالصی در ماده جامد C_s به غلظت ناخالصی در ماده مذاب C_L در حالت تعادل است:

ضریب توزیع (distribution Coefficient): $K_d = \frac{C_s}{C_L}$

ب) اگر وزن Si اولیه درون بوته 5Kg باشد، چه مقدار فسفر باید به Si افزوده شود تا غلظت ناخالصی فوق بدست آید؟ وزن اتمی فسفر 31 است.

بسمه تعالی

فیزیک الکترونیک

سری دوم

۱- الف) یک لامپ خلاء ساده و مدار مربوطه برای اندازه‌گیری E_m در آزمایش اثر فوتوالکتریک رسم کنید. الکترودها را در داخل یک پوشش شیشه‌ای آب‌بندی شده قرار داده شوند.

ب) جریان نوری I برحسب پتانسیل بازدارنده V که برای یک الکترود معین (از نظر جنس و مشخصات) مورد انتظار است را رسم کنید.

ج) تابع کار پلاتین $4.09\,eV$ می‌باشد. چه پتانسیل بازدارنده‌ای لازم است که در یک آزمایش فوتوالکتریک با الکترودهای پلاتین جریان نوری را به صفر برساند، اگر طول موج فرودی $2440\,\mathring{A}$ باشد؟ بخاطر داشته باشید که با فرار هر الکترون از سطح یک انرژی eV از دست می‌رود.

۲- شعاع اتمی بور برحسب $\mathring{A}$ و انرژی برحسب eV را برای $n=1,2,3$ حساب کنید.

۳- نشان دهید که خطوط مختلف طیف هیدروژن برحسب آنگستروم از رابطه زیر بدست می‌آید

$$\lambda(\mathring{A}) = \frac{911\, n_1^2 n^2}{n^2 - n_1^2}$$

که در آن $n_1=1$ برای سری لیمان، $n_1=2$ برای سری بالمر و $n_1=3$ برای سری پاشن می‌باشد. n یک عدد صحیح بزرگتر از n_1 می‌باشد.

ب) λ را برای سری لیمان تا $n=5$، سری بالمر تا $n=7$ و سری پاشن تا $n=10$ حساب کنید. نتایج را رسم کنید. حد نهایی طول موج برای هر یک از سه سری چقدر می‌باشد؟

۴- الف) موقعیت یک الکترون با دقت $1\mathring{A}$ مشخص می‌گردد. حداقل عدم قطعیت اندازه حرکت چقدر است؟

ب) انرژی یک الکترون با عدم قطعیت $1eV$ اندازه‌گیری شده است. حداقل عدم قطعیت در زمان اندازه‌گیری چقدر می‌باشد؟

ج) [illegible] $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$ [illegible] $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$ [illegible]

۶- نمونه‌ای از یک ماده رادیواکتیو تحت زوال قرار می‌گیرد بطوریکه تعداد اتمهای باقیمانده در حالت ناپایدار در زمان t با رابطه $N(t)=N_0 e^{-t/\tau}$ مشخص می‌گردد بطوریکه N_0 تعداد اتمها در لحظه $t=0$ می‌باشد. نشان دهید که τ طول عمر متوسط $\langle t \rangle$ هر اتم در حالت ناپایدار قبل از زوال خودکاری می‌باشد.

۷- معادله موج شرودینگر را در نظر بگیرید:

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2}\Phi(t)+V(x)\psi(x)\Phi(t)=\frac{-\hbar}{j}\psi(x)\frac{\partial\Phi(t)}{\partial t}$$

و از آنجا روابط زیر را با استفاده از جداسازی متغیرها بدست آورید:

(۱) $$\frac{d\Phi(t)}{dt}+\frac{jE}{\hbar}\Phi(t)=0$$ رابطه وابسته به زمان

(۲) $$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}\left[E-V(x)\right]\psi(x)=0$$ رابطه مستقل از زمان

با حل معادله (۱) را بدست آورید.

فرض کنید $\psi(x)$ یک جواب مستقل از زمان خاص $\psi_n(x)$ داشته باشد. نشان دهید انرژی متناظر با آن با نماد جداسازی E_n می‌باشد.

۸- یک الکترون آزاد که در جهت x حرکت می‌کند را می‌توان به صورت یک موج عرضی plane wave توصیف کرد که تابع موج آن به صورت $\psi_k(x)=Ae^{jk_x x}$ می‌باشد که در آن k_x بردار موج یا عدد موج است. رابطه بین اندازه حرکت الکترون $\langle p_x \rangle$ و k_x را بدست آورید.

بسمه تعالی

فیزیک الکترونیک - مسائل سری دوم - بخش ۲

۱- الف) معادله شرودینگر برای یک الکترون آزاد که انرژی آن E است، را حل کنید و تابع موج الکترون را بدست آورید. حرکت الکترون را یک بعدی در نظر بگیرید.

ب) میزان عدم قطعیت در موقعیت الکترون را تعیین کنید.

ج) میزان عدم قطعیت در اندازه حرکت الکترون چقدر است؟

۲- فرض کنید یک الکترون در یک چاه پتانسیل بی نهایت به عرض $0.1nm$، که اندازه نوعی یک اتم است، قرار دارد. الف) انرژی حالت زمین الکترون چقدر است؟

ب) انرژی لازم برای قرار دادن الکترون در تراز انرژی سوم را حساب کنید.

ج) چگونه می‌توان این انرژی را تأمین کرد؟

۳- یک جسم ماکروسکپی به جرم $1kg$ را در نظر بگیرید که بین دو دیواره سخت به فاصله $1m$ محبوس شده است.

الف) حداقل سرعت جسم چقدر است؟

ب) اگر جسم با سرعت $1ms^{-1}$ حرکت کند، عدد کوانتمی n چه مقداری می‌تواند داشته باشد؟

ج) فاصله ترازهای انرژی جسم که با سرعت فوق حرکت می‌کند چقدر است؟

۴- یک موج سینوسی با فرکانس f (فرکانس زاویه‌ای ω) را در نظر بگیرید. ($1Hz = 1$ دور/ثانیه). فرض کنید می‌توانیم تعداد دورها را با دقت ۱ دور اندازه‌گیری کنیم زیرا برای ثبت یک دور کامل باید منتظر ماند تا دور کامل شود. تحقیق کنید میزان عدم قطعیت در اندازه‌گیری زمان و انرژی برای این سیستم از رابطه $\Delta E \Delta t = \hbar$ پیروی می‌کند.

۵- یک الکترون را درنظر بگیرید که درون ناحیه‌ای به طول 0.1 nm ، ابعاد نوعی یک اتم ، محبوس شده است. میزان عدم قطعیت در اندازه حرکت و انرژی جنبشی آن را تعیین کنید.

۶- گلوله‌ای به جرم 100g درون یک جعبه به طول 1m محبوس شده است. حداقل سرعت گلوله را تخمین بزنید.

بسمه تعالی

فیزیک الکترونیک ۸۵/۲/۱۵

سری سوم

۱- گاف انرژی یک نیمه‌هادی در حالت کلی به درجه حرارت بستگی دارد و با رابطه زیر داده می‌شود

$$E_g = E_{g_0} - \beta T$$

که در آن برای سیلیکن $E_{g_0} = 1.21\,eV$ و $\beta = 2.8\times10^{-4}\,eV/K$ می‌باشد و T برحسب کلوین است.

الف) درصورتی که یک قطعه سیلیکنی با 10^{15} اتم بور در هر سانتیمتر مکعب ناخالص شده باشد، تمرکز ناقلین انرژی آن را در ۷۷K و ۶۰۰K و RT بدست آورید.

ب) در هر دو درجه حرارت‌های فوق چگالی الکترون، حفره و موقعیت تراز فرمی را مشخص نمائید.

۲- یک قطعه سیلیکنی را به میزان 10^{15}، 10^{18} و 10^{20} با اتم آرسنیک بر هر سانتیمتر مکعب در درجه حرارت اتاق تزریق کرده‌ایم.

الف) با فرض یونیزاسیون کامل در هر مورد موقعیت تراز فرمی را بدست آورید.

ب) با استفاده از نتیجه (الف)، نشان دهید که آیا فرض یونیزاسیون کامل در هر مورد صادق است یا خیر؟

راهنمایی: در حالت کلی میزان ناخالصی یونیزه شده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$N_d^+ = N_d\left\{1 - \frac{1}{1+\frac{1}{2}\exp[(E_d - E_F)/KT]}\right\}$$

۳- به یک قطعه ناخالص از سیلیکن نوع n، نور یکنواخت با نرخ تولید G_L تابیده می‌شود.

الف) معادله پیوستگی حفره را برای این قطعه بدست آورید.

ب) اگر سرعت بازترکیب سطحی در $x=0$ برابر S باشد معادله پیوستگی حاصل را حل کنید و نشان دهید که توزیع حفره در حالت پایدار از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$p_n(x) = p_{n_0} + \tau_p G_L\left(1 - \frac{\tau_p S e^{-x/L_p}}{L_p + S\tau_p}\right)$$

راهنمایی: ابتدا شرایط مرزی مناسب را تعیین کنید.

۴- آزمایش هال بر روی یک نمونه سیلیکنی با ناخالصی نامعلوم، مطابق اطلاعات زیر شده است: $W = 0.05\,cm$، $A = 1.6\times10^{-3}\,cm^2$، $I = 2.5\,mA$، و میدان مغناطیسی $30\,mT$ ($1T = 10^{-4}\,Wb/cm^2 = 1\,Wb/m^2$). اگر ولتاژ هال اندازه‌گیری شده $+10\,mV$ شد، مطلوب است تعیین ضریب هال، نوع هدایت، غلظت حامل اکثریت، مقاومت ویژه، و قابلیت تحرک نمونه نیمه‌هادی.

30mT

۵- می‌دانیم که با افزایش غلظت ناخالصی تزریق شده به یک نیمه‌هادی تراز انرژی مرزی بسته به نوع ناخالصی به ترتیب به سمت E_C (برای نوع n) و E_V (برای نوع p) منتقل می‌شود. اگر غلظت ناخالصی برابر یا بیش از جایگاه‌های موجود (N_d) متناظر باشد تراز انرژی مرزی حتی می‌تواند به بالای E_C (برای نوع n) و زیر E_V (برای نوع p) انتقال یابد. در حالت کلی می‌توان نیمه‌هادی را به دو صورت تبهگن (degenerate) و غیرتبهگن (nondegenerate) تعریف کرد:

غیرتبهگن : $E_C - E_F > 3KT$ (نوع n) و $E_F - E_V > 3KT$ (نوع p)

تبهگن : $E_C - E_F < 3KT$ (نوع n) و $(E_F - E_V) < 3KT$ (نوع p)

الف) برای Si غلظت‌های بخشنده و پذیرنده‌ای که آنرا تبهگن کند بدست آورید.

ب) قسمت الف را برای GaAs حل کنید.

کوثریا

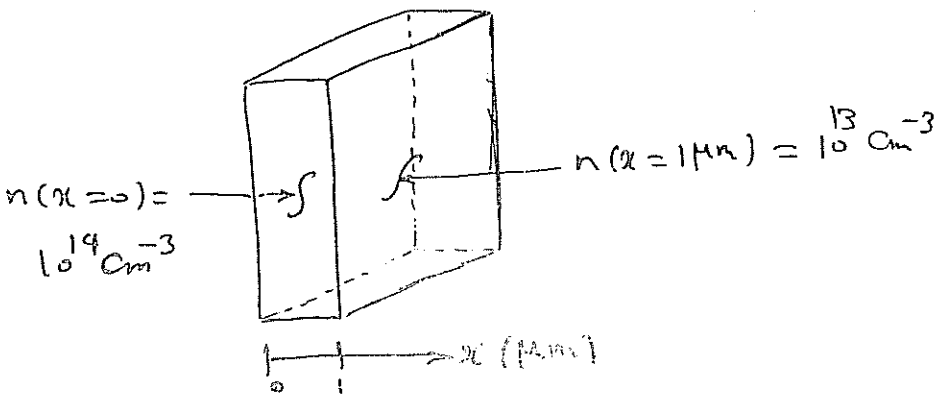
سری ۶

بسمه تعالی

فیزیک الکترونیک - مسائل سری چهارم

۱- در یک نیمه‌هادی نوع n در $T=300K$، غلظت الکترونها به طور خطی از $1\times10^{18}\,cm^{-3}$ به $2\times10^{17}\,cm^{-3}$ در فاصله $0.1cm$ تغییر می‌کند. با فرض ضریب دیفیوژن $D_n=22.5\,cm^2/s$، چگالی جریان دیفیوژن را حساب کنید.

۲- یک قطعه نیمه‌هادی سیلیکنی نوع p به ضخامت $1\mu m$ مطابق شکل زیر را در نظر بگیرید که در آن $N_a=10^{17}\,cm^{-3}$ است. با تزریق مداوم الکترون‌های اقلیت در طرف چپ $(x=0)$ و خارج کردن آنها از طرف راست در $x=1\mu m$، یک شیب خطی در چگالی الکترون $n(x)$ ایجاد می‌شود. چگالی جریان الکترون در قطعه چقدر است؟ $(\mu_n=750\,cm^2/V\text{-}s)$.



۳- در نقطه‌ای از یک نیمه‌هادی نوع n همگن حامل‌های اقلیت (حفره) تزریق می‌گردند. یک میدان الکتریکی $50V/cm$ به نمونه اعمال می‌شود، و این میدان حامل‌های اقلیت را در مدت $100\mu s$ به میزان $1cm$ جابجا می‌کند. سرعت راننده و ضریب دیفیوژن حامل‌های اقلیت را حساب کنید.

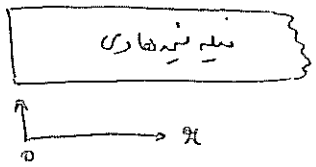
۴- برای سیلیکن نوع n در $27°C$ با $10^{15}\,As/cm^3$، ضریب دیفیوژن الکترون را محاسبه کنید.

۵- فرض کنید میزان غلظت ناخالصی دهنده در یک نیمه‌هادی تغییر می‌کند که در نتیجه غلظت الکترون در طول نیمه‌هادی غیریکنواخت است، یعنی $n = n(x)$.

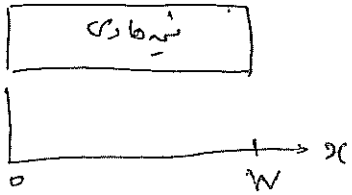
الف - اختلاف پتانسیل بین دو نقطه نیمه‌هادی که در آنها غلظت الکترون n_1 و n_2 است چقدر است؟

ب - اگر پروفیل دهنده در نیمه‌هادی نوع n به صورت $N(x) = N_0 \exp(-x/b)$ باشد، میدان داخلی $\mathcal{E}(x)$ را بدست آورید.

۶- یک نیمه نیمه‌هادی از یکطرف نامحدود را در نظر بگیرید. فرض کنید در $x = 0$ حفره‌های اضافی تولید شود به طوری که $\delta p(x=0) = \Delta p$. چگالی حفره‌های اضافی در طول نیمه‌هادی $\delta p(x)$ را تعیین کنید. جریان دیفیوژن حفره $J_p(x)$ را محاسبه کنید.



۷- در یک نیمه‌هادی محدود (به طول W)، حفره‌های اضافی در $x = 0$ تولید می‌شود به طوری که $\delta p(x=0) = \Delta p$. چگالی حفره‌های اضافی $\delta p(x)$ را حساب کنید. جریان دیفیوژن حفره $J_p(x)$ را بدست آورید.



سری ۷

بسمه تعالی

مسائل فیزیک الکترونیک- سری ~~چهارم~~ پنجم

۱- الف) یک میله سیلیکنی به طول ۰/۱cm و سطح مقطع $100\mu m^2$ به میزان $10^{17}\ cm^{-3}$ با فسفر تزریق می شود. اگر به این میله ولتاژ ۱۰V اعمال شود، جریان را در ۳۰۰K محاسبه کنید. به ازای طول $1\mu m$ مسئله را تکرار کنید

ب) چه مدت زمانی طول می کشد تا یک الکترون به میزان $1\mu m$ در میدان الکتریکی ۱۰۰V/cm دیفیوز کند؟ در میدان 10^5V/cm چطور؟

۲- فوتوکنداکتوری را با استفاده از یک فیلم CdS به ضخامت $5\mu m$ طراحی و رسم کنید. فرض کنید $\tau_p = \tau_n = 10^{-6} s$ و $N_d = 10^{14} cm^{-3}$. مقاومت تاریک (به ازای $g_{op} = 0$) می بایست $10\ M\Omega$ بوده و دیوایس باید در مربعی به ضلع ۰/۵cm جاسازی شود. بنا بر این نوعی پترن پیچ در پیچ یا زیگزاگ مد نظر می باشد. تحت تأثیر تحریک $g_{op} = 10^{21} EHP/cm^3 - s$ میزان تغییرات مقاومت چقدر است؟

۳- فرض کنید ناحیه باریکی از یک میله نیمه هادی تحت تشعشع قرار می گیرد به طوری که در ناحیه تشعشع $\Delta n = \Delta p$ و حاملهای اضافی به هر دو طرف میله دیفیوز کرده و بازترکیب می شوند. با فرض $\delta n = \delta p$، توزیع حاملهای اضافی را رسم نموده و روی دیاگرام باند انرژی ترازهای شبه فرمی F_n و F_p را در فاصله چند طول پخش از محل تشعشع رسم کنید. مواظب باشید که وقتی حاملهای اقلیت کم باشند (مثلاً وقتی δp برابر n_i است)، F_p پس از طی مسیری طولانی به E_F می رسد.

۴- یک پیوند p⁺n تیز دارای $N_a = 10^{18} cm^{-3}$ در طرف p و $N_d = 10^{16} cm^{-3}$ (5×10^{15}) در طرف دیگر است.

الف) موقعیت تراز های فرمی در نواحی p و n را در ۳۰۰K حساب کنید.

ب) دیاگرام باند انرژی در حالت تعادل را برای پیوند رسم کرده و با استفاده از دیاگرام پتانسیل پیوند V_0 را تعیین کنید.

ج) نتایج قسمت ب را با مقدار V_0 محاسبه شده از رابطه (رابطه V_0 بر حسب غلظت ناخالصیها) مقایسه کنید.

۵- یک پیوند pn بایاس معکوس GaAs را در ۳۰۰K در نظر بگیرید. فرض کنید که ولتاژ بایاس معکوس ۵- ولت به پیوند اعمال شده است. ضمناً مقادیر پارامترهای پیوند به صورت

زیر داده شده اند: $N_a = N_d = 1\times10^{16} cm^{-3}$ ، $\tau_p = \tau_n = 10^{-8} s$ ، $D_n = 200 cm^2/s$ و $D_p = 6 cm^2/s$. چگالی جریان اشباع معکوس ایده آل و چگالی جریان تولید در بایاس معکوس را حساب کنید. نتایج بدست آمده را تشریح کنید. به طور کیفی توضیح دهید که چه انتظاری از یک پیوند pn سیلیکنی دارید.

۶- یک پیوند تیز p^+n بر روی سیلیکن تشکیل شده به طوری که غلظت ناخالصی دهنده $N_d = 10^{15} cm^{-3}$ می باشد. حداقل ضخامت ناحیه n چقدر باید باشد تا مطمئن باشیم حتماً شکست بهمنی رخ می دهد لیکن به دیود آسیب نمی رسد (پدیده مخرب punch-through رخ نمی دهد)؟ $V_{br} \approx 300^V$. از منحنی پرست استفاده کنید.

۷- ولتاژ بایاس مستقیم لازم برای تولید چگالی جریان مستقیم $10 A/cm^2$ در یک دیود سد شاتکی و یک دیود پیوندی pn سیلیکنی را در ۳۰۰K حساب کنید. چگالی جریان اشباع معکوس را در دو حالت با هم مقایسه کنید.

برای دو دیود پارامترهای زیر را در نظر بگیرید:

دیود شاتکی متشکل از سد Al بر روی Si بوده و ثابت مؤثر ریچاردسون $A^* = 114 A/K^2 cm^2$ می باشد.

دیود pn سیلیکنی بوده و فرض کنید $N_a = 3\times10^{17} cm^{-3}$, $N_d = 3\times10^{16} cm^{-3}$ ، $\tau_p = \tau_n = 1\mu s$ ، $D_n = 25 cm^2/s$ و $D_p = 10 cm^2/s$.

در مورد نتایج بحث کنید.

۸- برای یک ترانزیستور دو قطبی $n^{++}p^+n$ چه توزیع ناخالصی را در درون بیس پیشنهاد می کنید تا دریفت در بیس را تسهیل کند؟ توزیع ناخالصی و دیاگرام باند متناظر را در حالت تعادل حرارتی رسم کنید.

۹- یک BJT سیلیکنی pnp در درجه حرارت اتاق دارای پارامترهای زیر می باشد:

$$\tau_p = \tau_n = 10^{-8} s$$

$$D_n = D_p = 10 cm^2/s$$

$$N_E = 10^{16} cm^{-3} \text{ و } N_B = 10^{16} cm^{-3} \text{ ، } N_C = 10^{19} cm^{-3}$$

عرض متالورژیکی بیس برابر $1.5\mu m$ می باشد.

ضریب نقل و انتقال بیس (base transport factor) و راندمان تزریق امیتر را به ازای $V_{BE} = 0.2V$ حساب کنید.

راهنمایی: فراموش نکنید که عرض ختای بیس با عرض متالورژیکی بیس تفاوت دارد.

the center is predominately a recombination center. The recombination can be slow or fast, depending on the average time the first carrier is held before the second carrier is captured. In general, trapping levels located deep in the band gap are slower in releasing trapped carriers than are the levels located near one of the bands. This results from the fact that more energy is required, for example, to reexcite a trapped electron from a center near the middle of the gap to the conduction band than is required to reexcite an electron from a level closer to the conduction band.

As an example of impurity levels in semiconductors, Fig. 4–9[4] shows the energy level positions of various impurities in Si. In this diagram a superscript indicates whether the impurity is positive (donor) or negative (acceptor) when ionized. Some impurities introduce multiple levels in the band gap; for example, Zn introduces a level (Zn^-) located 0.31 eV above the valence band and a second level ($Zn^=$) near the middle of the gap. Each Zn impurity atom is capable of accepting two electrons from the semiconductor, one in the lower level and then one in the upper level.

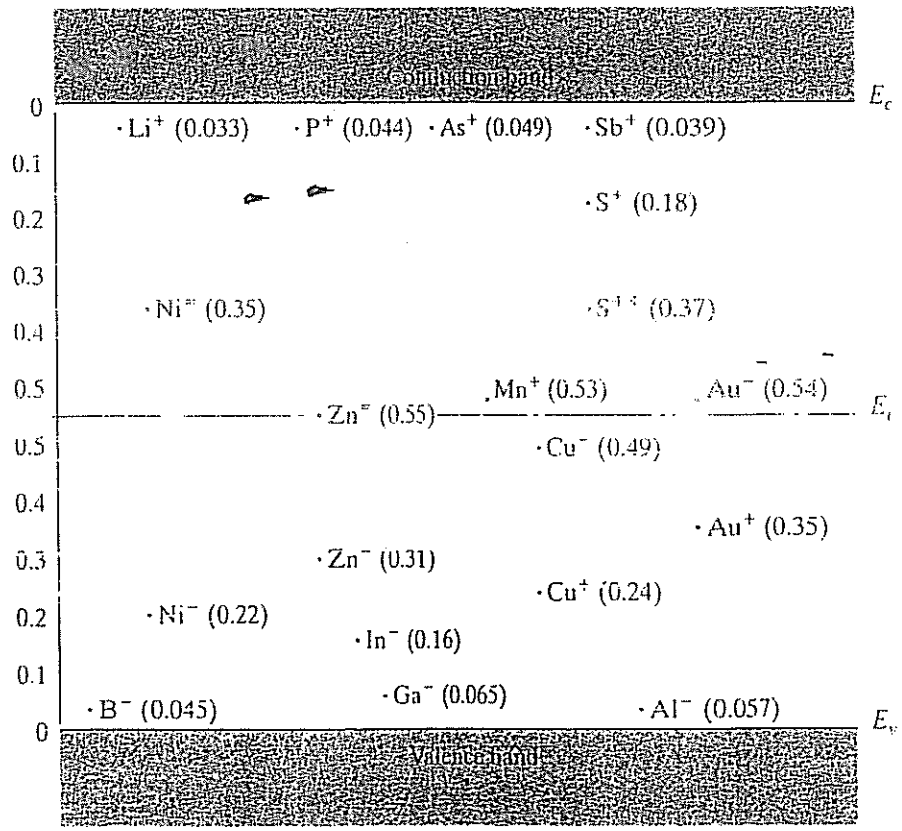


Figure 4–9 Energy levels of impurities in Si. The energies are measured from the nearest band edge (E_v or E_c); donor levels are designated by a plus sign and acceptors by a minus sign.

[4]References: S. M. Sze and J. C. Irvin, "Resistivity, Mobility, and Impurity Levels in GaAs, Ge and Si at 300 K," *Solid State Electronics*, vol. 11, pp. 599–602 (June 1968); E. Schibli and A. G. Milnes, "Deep Impurities in Silicon," *Materials Science and Engineering*, vol. 2, pp. 173–180 (1967).

فهرست منابع

1- Solid state electronic devices, Fifth edition, Ben G, Streetman and Sanjay Banerjee, Prentice Hall, 2000

2- Semiconductor devices, 2nd edition, S. M. Sze, John Wiley, 2002

3- Physics of semiconductor devices, M. Shur, Prentice Hall, 1990

4- Semiconductor device physics and design, U. K. Mishra and J. Singh, Springer, 2008

5- Physics of semiconductor devices, Third Edition, S. M. Sze and K. K. Ng, John Wiley, 2007

۶- راهنمای کامل ادوات نیمه‌هادی، ویرایش دوم، انتشارات دانشگاه شهید چمران، ترجمه ع. کوثریان، ۱۳۸۶